

九州大学大学院システム情報科学府

情報理工学専攻

令和8年度入学試験問題

【令和7年8月26日（火）】

数学 (Mathematics)

(1/6)

解答上の注意 (Instructions):

1. 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。

Do not open the problem sheets until the start of examination is announced.

2. 問題用紙は表紙を含め6ページ、解答用紙は3枚つづり(1分野につき1枚)である。

You are given 6-page problem sheets including this cover page, and 3 answer sheets (1 sheet for each field).

3. 線形代数, 解析学・微積分の2分野に加えて, ベクトル解析および確率・統計から1分野を選択し, 合計3分野について解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。

Answer three fields in total, including Linear algebra and Analysis and calculus, and either Vector analysis or Probability and statistics. You must use a separate answer sheet for each of the fields you selected.

	分野	field	page
1	線形代数	Linear algebra	2
2	解析学・微積分	Analysis and calculus	3
3	ベクトル解析	Vector analysis	4
4	確率・統計	Probability and statistics	6

4. 解答用紙の全部に, 専攻名, 受験番号および氏名を記入すること。3枚目の解答用紙については, 選択した分野番号(3または4)を○で囲むこと。

Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the department name, your examinee number and your name. Mark the selected field number (3 or 4) with a circle on the third answer sheet.

5. 解答は解答用紙に記入すること。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが, その場合は, 裏面に解答があることを明記すること。

Write your answers on the answer sheets. You may use the backs of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate it clearly on the sheet.

6. 解答は, 日本語, 英語のいずれかで記入すること。

Your answers must be written in Japanese or English.

数学 (Mathematics)

(2/6)

分野毎に解答用紙を別にする事。
Use a separate answer sheet for each field.

1. 【線形代数 (Linear algebra) 分野】

- (1) 次の3つのベクトル \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 , \mathbf{a}_3 について以下の問いに答えよ。ただし, x, y, z は実数である。

$$\mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} x \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ y \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ z \end{bmatrix}$$

- (a) \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 , \mathbf{a}_3 が互いに直交するとき, x, y, z の値を求めよ。
(b) $x = 2, y = 1, z = -1$ とし, 行列 $A = [\mathbf{a}_1 \ \mathbf{a}_2 \ \mathbf{a}_3]$ とする。任意の正整数 n に対して, A^n を求めよ。
- (2) E_d を全ての成分が1である d 次正方行列, I_d を d 次単位行列とする。 $d = 2, 3, 4$ のそれぞれの場合について, 行列 $E_d - dI_d$ の階数を求めよ。

- (1) Answer the following questions about the three vectors \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 , and \mathbf{a}_3 below, where x, y , and z are real numbers.

$$\mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} x \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ y \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ z \end{bmatrix}.$$

- (a) Find the values of x, y , and z such that $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$, and \mathbf{a}_3 are mutually orthogonal.
(b) Let $x = 2, y = 1$, and $z = -1$. Define the matrix $A = [\mathbf{a}_1 \ \mathbf{a}_2 \ \mathbf{a}_3]$. For an arbitrary positive integer n , find A^n .
- (2) Let E_d denote the square matrix of order d whose entries are all 1, and I_d the identity matrix of order d . For $d = 2, 3$, and 4, find the rank of the matrix $E_d - dI_d$.

数学 (Mathematics)

(3/6)

分野毎に解答用紙を別にする事。
Use a separate answer sheet for each field.

2. 【解析学・微積分 (Analysis and calculus) 分野】

(1) 次の積分を計算せよ。ただし a, b は正の定数である。

$$\int_D \frac{x^2 + y^2}{(x + y)^3} dx dy, \quad D = \{(x, y) : a \leq x + y \leq b, x \geq 0, y \geq 0\}$$

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ。

$$\frac{dy}{dx} = \cos\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{y}{x} + 1$$

(3) 閉曲線 C に沿った複素積分 $\oint_C \frac{z^2}{(z^2 + 1)^2} dz$ を求めよ。ただし、 C は円 $|z| = r$ ($r > 1$) とする。

(1) Calculate the following integral, where a and b are positive constants.

$$\int_D \frac{x^2 + y^2}{(x + y)^3} dx dy, \quad D = \{(x, y) : a \leq x + y \leq b, x \geq 0, y \geq 0\}.$$

(2) Find the general solution to the following differential equation.

$$\frac{dy}{dx} = \cos\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{y}{x} + 1.$$

(3) Calculate the complex integral $\oint_C \frac{z^2}{(z^2 + 1)^2} dz$, where the closed contour C is given by the circle $|z| = r$ ($r > 1$).

数学 (Mathematics)

(4/6)

分野毎に解答用紙を別にする事。
Use a separate answer sheet for each field.

3. 【ベクトル解析 (Vector analysis) 分野】

直交座標系において, x, y, z 軸方向の単位ベクトルをそれぞれ $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ とする. 面 $S_1 \sim S_4$ を次のように定義する:

$$S_1: 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, \quad z = 0$$

$$S_2: x^2 + y^2 = 4, \quad 0 \leq z \leq 5$$

$$S_3: 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, \quad z = 5$$

$$S_4: x^2 + y^2 = 1, \quad 0 \leq z \leq 5$$

閉曲面 S_c を $S_c = S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup S_4$ とする. 面 S_2 上の経路 C_1 を

$$\begin{aligned} x &= 2 \cos t \\ y &= 2 \sin t \quad (0 \leq t \leq 10\pi) \\ z &= \frac{t}{2\pi} \end{aligned}$$

とする. 次の各問に答えよ.

- (1) ベクトル場 \mathbf{F} を $\mathbf{F} = -y\mathbf{i} + x\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ とする. 経路 C_1 に沿って, 点 $A(2, 0, 0)$ から点 $B(2, 0, 5)$ までの線積分 $\int_{C_1} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ を求めよ.
- (2) ベクトル場 \mathbf{F} が $\mathbf{F} = 2xz\mathbf{i} + x^2z\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$ であるとき, 面積分 $\iint_{S_c} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS$ を求めよ. \mathbf{n} は S_c の外向き単位法線ベクトルである.
- (3) 閉曲面 S_c 上において, 点 $A(2, 0, 0)$, 点 $B(2, 0, 5)$, 点 $C(1, 0, 5)$, 点 $D(1, 0, 0)$ を順に通過し, 再び点 $A(2, 0, 0)$ に戻る閉経路 C_c を考える. 経路 C_c において, 点 A から点 B までの経路は C_1 である. 点 B から点 C までの経路 C_2 , 点 C から点 D までの経路 C_3 , 点 D から点 A までの経路 C_4 は, それぞれ線分とする. ベクトル場 \mathbf{F} を $\mathbf{F} = (2xy^2z + e^x)\mathbf{i} + (2x^2yz + \cos y)\mathbf{j} + (x^2y^2 + \sin z)\mathbf{k}$ とする. $\nabla \times \mathbf{F}$ および経路 C_c に沿った線積分 $\oint_{C_c} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ を求めよ.

数学 (Mathematics)

(5/6)

分野毎に解答用紙を別にする事。
Use a separate answer sheet for each field.

The unit vectors on x , y , and z axes of Cartesian coordinates are denoted by \mathbf{i} , \mathbf{j} , and \mathbf{k} , respectively. Define the surfaces S_1 , S_2 , S_3 , and S_4 as follows:

$$S_1: 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, \quad z = 0,$$

$$S_2: x^2 + y^2 = 4, \quad 0 \leq z \leq 5,$$

$$S_3: 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, \quad z = 5,$$

$$S_4: x^2 + y^2 = 1, \quad 0 \leq z \leq 5.$$

Let the closed surface $S_c = S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup S_4$. Let C_1 denote the path on S_2 defined by the following parametric equations:

$$x = 2 \cos t,$$

$$y = 2 \sin t,$$

$$z = \frac{t}{2\pi}. \quad (0 \leq t \leq 10\pi)$$

Answer the following questions.

- (1) Let the vector field $\mathbf{F} = -y\mathbf{i} + x\mathbf{j} + z\mathbf{k}$. Calculate the line integral $\int_{C_1} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ along C_1 from point A(2, 0, 0) to point B(2, 0, 5).
- (2) Let the vector field $\mathbf{F} = 2xz\mathbf{i} + x^2z\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$. Calculate the surface integral $\iint_{S_c} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS$, where \mathbf{n} is the outward-pointing normal unit vector of S_c .
- (3) Consider the closed path C_c on the closed surface S_c , which starts at point A(2, 0, 0), passes through points B(2, 0, 5), C(1, 0, 5), D(1, 0, 0), and returns to A(2, 0, 0). The path from A to B is C_1 . The paths C_2 from B to C, C_3 from C to D, and C_4 from D to A are the line segments. Let the vector field $\mathbf{F} = (2xy^2z + e^x)\mathbf{i} + (2x^2yz + \cos y)\mathbf{j} + (x^2y^2 + \sin z)\mathbf{k}$. Calculate $\nabla \times \mathbf{F}$ and the line integral $\oint_{C_c} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ along C_c .

数学 (Mathematics)

(6/6)

分野毎に解答用紙を別にする事。
Use a separate answer sheet for each field.

4. 【確率・統計 (Probability and statistics) 分野】

6面の公平なサイコロを1回投げるとき、それぞれの目が出る確率はすべて等しく $\frac{1}{6}$ であるものとする。以下の問いに答えよ。

- (1) サイコロを6回投げる。出た目がすべて異なる確率を求めよ。
- (2) サイコロを6回投げる。6の出現回数を X 、1の出現回数を Y とおくとき、 X と Y の同時確率質量関数 $P(X = x, Y = y)$ を求めよ。
- (3) サイコロを6回投げる。6の出現回数を X 、1の出現回数を Y とおくとき、共分散 $\text{Cov}(X, Y)$ を求めよ。
- (4) サイコロを6回投げたところ、1の目がちょうど2回出たことが分かっている。6と1の出現回数をそれぞれ X と Y としたときの条件付き確率 $P(X = k | Y = 2)$ を $k = 0, 1, 2, 3, 4$ に対して求めよ。

Consider a fair six-sided die, where each face appears with equal probability $\frac{1}{6}$ when rolled once. Answer the following questions.

- (1) The die is rolled 6 times. Find the probability that all the outcomes are distinct.
- (2) The die is rolled 6 times. Let X be the number of times face 6 appears, and Y the number of times face 1 appears. Find the joint probability mass function $P(X = x, Y = y)$.
- (3) The die is rolled 6 times. Let X be the number of times face 6 appears, and Y the number of times face 1 appears. Find the covariance $\text{Cov}(X, Y)$.
- (4) The die is rolled 6 times, and it is known that face 1 appeared exactly 2 times. Let X and Y be the number of times face 6 and face 1 appears, respectively. Find the conditional probability $P(X = k | Y = 2)$ for each $k = 0, 1, 2, 3, 4$.

専門科目 (Specialized subjects)

(1/38)

解答上の注意 (Instructions):

- 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。
Do not open the problem sheets until the start of examination is announced.
- 問題用紙は表紙を含め 38 ページ, 解答用紙は 3 枚つづり 2 部 (1 分野につき 1 部) である。
You are given 38-page problem sheets including this cover page, and 2 sets of 3 answer sheets (1 set for each field).
- 以下の 6 分野から 2 分野を選び解答すること。解答用紙は 1 分野につき 1 部, 大問 1 つあたり 1 枚を使用すること。1 枚に大問 2 問以上の解答を書いてはならない。
Select 2 fields out of the following 6 fields and answer the questions. You must use a separate set of answer sheets for each of the fields you selected. One sheet in a set is for one question. You may not use one sheet for two or more questions.

	分野	page
A	電気回路	2
B	情報理論	6
C	オートマトンと言語	8
D	電磁気学	12
E	アルゴリズム	20
F	計算機アーキテクチャ	28

	field	page
A	Circuit theory	4
B	Information theory	7
C	Automata and formal languages	10
D	Electromagnetism	16
E	Algorithms	24
F	Computer architecture	34

- 解答用紙の全部に, 受験番号, 氏名, 選択分野名, および問題番号を記入すること。
Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with your examinee number, your name, the selected field, and the question number.
- 解答は解答用紙に記入すること。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが, その場合は, 裏面に解答があることを明記すること。
Write your answers on the answer sheets. You may use the backs of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate so clearly on the sheet.
- 解答は, 日本語, 英語のいずれかで記入すること。
Your answers must be written in Japanese or English.

専門科目 (Specialized subjects)

(2/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

A. 【電気回路分野】

次の【問1】、【問2】、【問3】に答えよ。解答用紙に選択分野名と問題番号を記入すること。

【問1】 図1の回路において、抵抗 R とキャパシタ C が直列に接続され、時間関数 $i(t) = 4 \cos \omega t$ [A] で表される電流 I が流れている。ただし、 $R = 15\sqrt{2}$ [Ω], $C = \frac{5}{\sqrt{2}}$ [μF], $\omega = 10000$ [rad/s], $I = 4$ [A] とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 端子から右側を見たインピーダンス Z , 端子間電圧 V , 回路の力率を求めよ。
- (2) V_R , V_C , V , I の関係を表すフェーザ図を描け。ただし、電流 I のフェーザを実軸方向とすること。
- (3) 抵抗 R とキャパシタ C をそれぞれ R' , C' に変更した結果、端子間電圧が、 $V' = (1-\alpha)V_R + \alpha V_C$, $|V'| = 32\sqrt{5}$ となり、回路の力率は改善した。このときの α を求めよ。

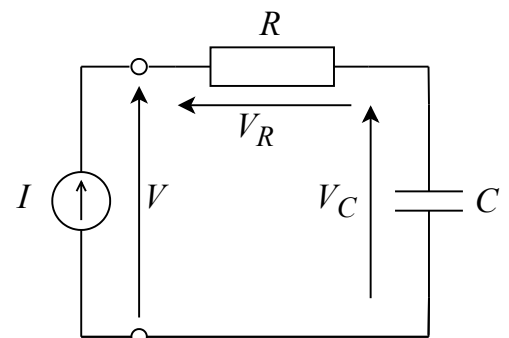


図1

【問2】 図2の回路において、電源は直流電流源であり、 $t < 0$ において回路は定常状態に達しているとする。電流 $i_1(t)$, $i_2(t)$ について以下の問いに答えよ。

- (1) $t = 0$ でスイッチ S を開いた直後の $i_1(0)$, $i_2(0)$ を求めよ。
- (2) $t > 0$ における $i_1(t)$, $i_2(t)$ を求めよ。

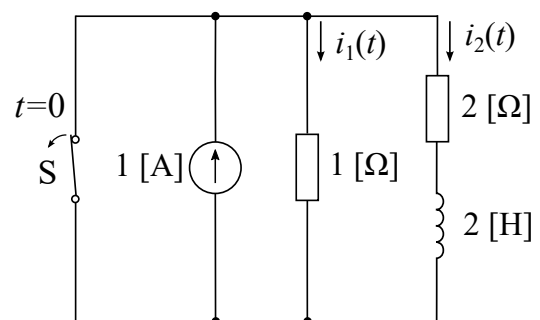


図2

専門科目 (Specialized subjects)

(3/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問3】 図3のような、インピーダンス行列 (Z 行列) \mathbf{Z}_k ($k = 1, 2, \dots, n$) を持つ n 個の2端子対網を接続した回路について考える。 $\mathbf{Z}_A(n)$ は2端子対1-1', 2-2' の端子対網のインピーダンス行列を指すものとする。各2端子対網の Z 行列 \mathbf{Z}_k は図に示した接続によって互いに影響を受けないようになっているとする。以下の問いに答えよ。

- (1) $n = 1$ で全2端子対網が線形素子で構成されているとき、端子対1-1', 2-2' のアドミタンス行列 $\mathbf{Y}_A(1)$ が

$$\mathbf{Y}_A(1) = \begin{pmatrix} 1 + 2j & 2x \\ 2/x & 1 - 2j \end{pmatrix}$$

となった (単位はS)。 x を求め、同時に $\mathbf{Z}_A(1)$ を示せ。ただし、 $\mathbf{Z}_A(1)$ は実際の線形素子で構成可能なものであることに留意すること。

- (2) \mathbf{Z}_k が式 (3-1) のように与えられるとする (単位は Ω)。任意の自然数 n に対して $\mathbf{Z}_A(n)$ を求め、端子対1-1', 2-2' 間の2端子対網部分の等価回路を描け。

$$\mathbf{Z}_k = \begin{pmatrix} 2k - 3j & 2k \\ 2(n + 1 - k) & 2k + j \end{pmatrix} \quad (3-1)$$

- (3) \mathbf{Z}_k が式 (3-2) のように与えられるとする (単位は Ω)。 $Z_G = 5 [\Omega]$, $Z_L = R - 5j [\Omega]$ のとき、 Z_L で消費される消費電力を最大にする n と R を求めよ。ここで R は実数である。

$$\mathbf{Z}_k = \begin{pmatrix} 2 & 2j \\ 2j & 1 + j \end{pmatrix} \quad (3-2)$$

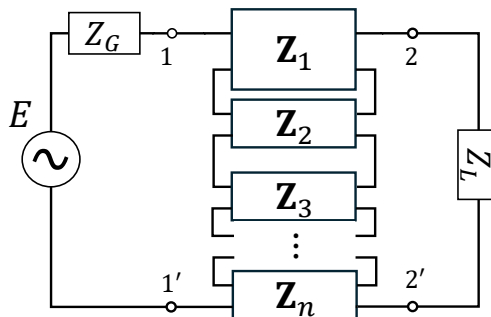


図3

専門科目 (Specialized subjects)

(4/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

A. 【Circuit theory】

Answer the following questions (【Q1】, 【Q2】, 【Q3】). Make sure to specify the selected field and the corresponding question number on each answer sheet.

【Q1】 In the circuit shown in Fig. 1, resistor R and capacitor C are connected in series, and current I represented by the time domain expression of $i(t) = 4 \cos \omega t$ [A] flows. Given that $R = 15\sqrt{2}$ [Ω], $C = \frac{5}{\sqrt{2}}$ [μF], $\omega = 10000$ [rad/s], and $I = 4$ [A], answer the following questions.

- (1) Find the impedance Z measured rightward from the terminal, terminal voltage V , and power factor of the circuit.
- (2) Draw a phasor diagram representing the relation of V_R , V_C , V , and I . Note that the phasor of the current I should be aligned with the real axis.
- (3) When resistor R and capacitor C were replaced with R' and C' , respectively, the terminal voltage became $V' = (1 - \alpha)V_R + \alpha V_C$, and $|V'| = 32\sqrt{5}$, improving the power factor of the circuit. Find α at this point.

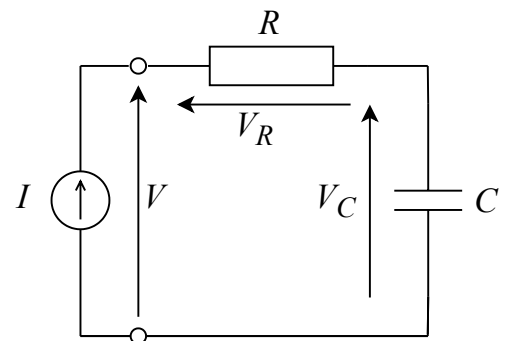


Fig. 1

【Q2】 In the circuit shown in Fig. 2, the power supply is a DC current source and the circuit reached the steady state at $t < 0$. Answer the following questions on the currents $i_1(t)$ and $i_2(t)$.

- (1) Find $i_1(0)$ and $i_2(0)$ just after the switch S is opened at $t = 0$.
- (2) Find $i_1(t)$ and $i_2(t)$ for $t > 0$.

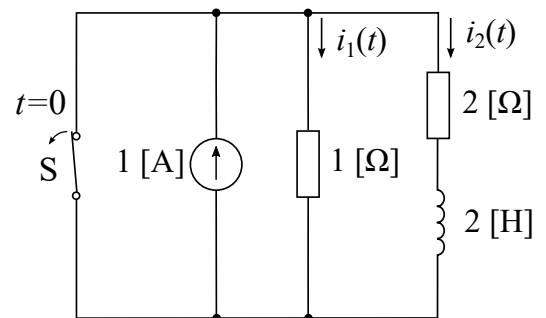


Fig. 2

専門科目 (Specialized subjects)

(5/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q3】 Consider the circuit in which n two-port networks, each having the impedance matrix (Z-matrix) \mathbf{Z}_k ($k = 1, 2, \dots, n$), are connected as shown in Fig. 3. Here, $\mathbf{Z}_A(n)$ denotes the impedance matrix of the two-port network between terminal pairs 1-1' and 2-2'. Assume that each Z-matrix \mathbf{Z}_k is not affected by the connections shown in the figure. Answer the following questions.

- (1) When $n = 1$ and the entire two-port network is composed of linear elements, the admittance matrix $\mathbf{Y}_A(1)$ for terminal pairs 1-1' and 2-2' is given as follows (unit: S).

$$\mathbf{Y}_A(1) = \begin{pmatrix} 1 + 2j & 2x \\ 2/x & 1 - 2j \end{pmatrix}$$

Find x and the impedance matrix $\mathbf{Z}_A(1)$. Note that $\mathbf{Z}_A(1)$ can be composed of linear elements.

- (2) Suppose that \mathbf{Z}_k is given by equation (3-1) (unit: Ω). For an arbitrary natural number n , find the impedance matrix $\mathbf{Z}_A(n)$, and draw the equivalent circuit of the two-port network between terminal pairs 1-1' and 2-2'.

$$\mathbf{Z}_k = \begin{pmatrix} 2k - 3j & 2k \\ 2(n + 1 - k) & 2k + j \end{pmatrix} \quad (3-1)$$

- (3) Suppose that \mathbf{Z}_k is given by equation (3-2) (unit: Ω). When $Z_G = 5[\Omega]$ and $Z_L = R - 5j[\Omega]$, find the values of n and R that maximize the power consumption of Z_L , where R is a real number.

$$\mathbf{z}_k = \begin{pmatrix} 2 & 2j \\ 2j & 1 + j \end{pmatrix} \quad (3-2)$$

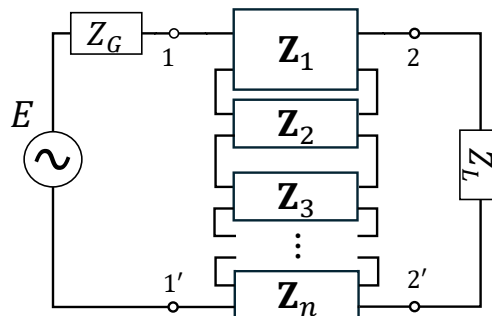


Fig. 3

専門科目 (Specialized subjects)

(6/38)

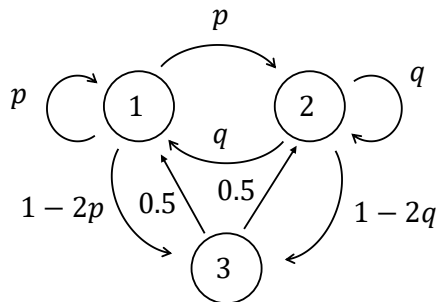
6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

B. 【情報理論分野】

次の【問1】，【問2】に答えよ。解答用紙に選択分野名と問題番号を記入すること。

【問1】 情報源アルファベットを $A = \{1, 2, 3\}$ とするマルコフ情報源 $\mathbf{X} = X_1, X_2, \dots$ を考える。この情報源におけるマルコフ連鎖の状態遷移図は下図で与えられるものとする。ただし、 $0 < p < \frac{1}{2}, 0 < q < \frac{1}{2}$ は定数である。次の各問いに答えよ。ただし、エントロピーの単位は bit とし、 $\log_2 3 = 1.58, \log_2 5 = 2.32$ として計算せよ。



- (1) このマルコフ連鎖の定常分布を求めよ。
- (2) $p = q$ とする。このマルコフ情報源のエントロピーレート $H(\mathbf{X})$ を求めよ。
- (3) $p = q = \frac{1}{3}$ 及び $p = q = \frac{1}{4}$ のときのエントロピーレート $H(\mathbf{X})$ をそれぞれ計算せよ。

【問2】 アルファベット $\mathcal{X} = \{a, b\}$ 上の独立な確率変数 X_t ($t = 1, 2, 3$) の確率分布が、 $p(a) = 0.9, p(b) = 0.1$ で与えられているとする。次の各問いに答えよ。ただし、エントロピーの単位は bit とし、 $\log_2 3 = 1.58, \log_2 5 = 2.32$ として計算せよ。

- (1) X_1 のエントロピーを求めよ。
- (2) X_1 に対する2元ハフマン符号と、その平均符号長を求めよ。
- (3) $X_1 X_2$ に対する2元ハフマン符号と、その1文字あたりの平均符号長を求めよ。
- (4) $X_1 X_2 X_3$ に対する2元ハフマン符号と、その1文字あたりの平均符号長を求めよ。

専門科目 (Specialized subjects)

(7/38)

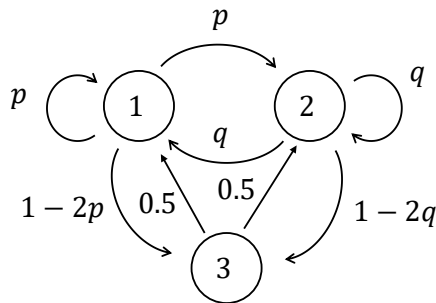
6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

B. 【Information theory】

Answer the following questions (【Q1】 , 【Q2】). Make sure to specify the selected field and the corresponding question number on each answer sheet.

【Q1】 Consider a Markov information source $\mathbf{X} = X_1, X_2, \dots$ with the source alphabet $A = \{1, 2, 3\}$. The state transition diagram of the Markov chain for this information source is shown in the following figure, where $0 < p < \frac{1}{2}$ and $0 < q < \frac{1}{2}$ are constants. Answer the following questions. Use bits as the unit of entropy, and assume $\log_2 3 = 1.58$ and $\log_2 5 = 2.32$.



- (1) Find the stationary distribution of the Markov chain.
- (2) Let $p = q$. Find the entropy rate $H(\mathbf{X})$ of the information source.
- (3) Calculate the entropy rate $H(\mathbf{X})$ for the cases $p = q = \frac{1}{3}$ and $p = q = \frac{1}{4}$, respectively.

【Q2】 Let random variables X_t ($t = 1, 2, 3$) be independently drawn according to a probability distribution p over the alphabet $\mathcal{X} = \{a, b\}$. Assume that $p(a) = 0.9$ and $p(b) = 0.1$. Answer the following questions. Use bits as the unit of entropy, and assume $\log_2 3 = 1.58$ and $\log_2 5 = 2.32$.

- (1) Find the entropy of X_1 .
- (2) Find a binary Huffman code for X_1 , and its expected codelength.
- (3) Find a binary Huffman code for X_1X_2 , and its expected codelength per symbol.
- (4) Find a binary Huffman code for $X_1X_2X_3$, and its expected codelength per symbol.

専門科目 (Specialized subjects)

(8/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

C. 【オートマトンと言語分野】

次の【問1】，【問2】に答えよ。解答用紙に選択分野名と問題番号を記入すること。

【問1】 数 $0, 1$ の足し算を扱う式からなる，アルファベット $\Sigma = \{0, 1, \oplus\}$ 上の言語 L を考える。ここで， \oplus は足し算を表す記号である。たとえば， $1\oplus1\oplus0$ や 1 は L に含まれるが， 10 や $\oplus0$ ， $1\oplus0\oplus$ ， $10\oplus11$ ，空文字列は L に含まれない。また， L に属す文字列の中で，その式の計算結果が偶数になるような文字列からなる言語を L_0 とする。たとえば， $1\oplus1\oplus0$ や 0 は L_0 に含まれるが， 1 や $0\oplus1\oplus0$ ， $1\oplus1\oplus1$ は L_0 に含まれない。

次の各問いに答えよ。

- (1) L を受理する状態数3の決定性有限オートマトンの状態遷移図を示せ。
- (2) L を表す正規表現を示せ。
- (3) L_0 を受理する状態数4の非決定性有限オートマトンの状態遷移図を示せ。
- (4) L_0 を表す正規表現を示せ。

専門科目 (Specialized subjects)

(9/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問2】 Σ をアルファベットとする。 Σ 上の文字列 w に対し、以下の2つの操作を考える:

操作1: w 内の2つの文字を入れ替える,

操作2: w の先頭の文字を最後尾に移動する.

これらの操作を用いて、 2^{Σ^*} 上の以下の2つの写像を定義する:

$P_1(L) := \{w \in \Sigma^* \mid \exists w' \in L, w \text{ は } w' \text{ に操作1を0回以上適用することで得られる}\},$

$P_2(L) := \{w \in \Sigma^* \mid \exists w' \in L, w \text{ は } w' \text{ に操作2を0回以上適用することで得られる}\}.$

例えば、有限言語 $L_0 = \{ab, abab\}$ に対して、

$P_1(L_0) = \{ab, ba, abab, aabb, abba, baab, baba, bbaa\}$, $P_2(L_0) = \{ab, ba, abab, baba\}$ となる.

次の $\Sigma_1 = \{a, b\}$ 上の各言語を考える:

$L_1 = \{(ab)^n \mid n \geq 0\}$,

$L_2 = \{ww^R \mid w \in (\Sigma_1)^*\}.$

ただし、 w^R は文字列 w の反転を表す。例えば $(ab)^R = ba$ である。以下の各問いに答えよ。

- (1) $P_1(L_1)$, $P_2(L_1)$, $P_1(L_2)$ は正規言語または文脈自由言語である。それぞれについて、
 - 正規であれば、それを受理する決定性有限オートマトンの状態遷移図を示せ。
 - 正規でなければ、それを生成する文脈自由文法を与えよ。
- (2) 連接 $L_2 \cdot L_2$ が $P_2(L_2)$ の部分集合であること ($L_2 \cdot L_2 \subseteq P_2(L_2)$) を証明せよ。
- (3) 命題 “ $\Sigma_2 = \{a, b, c\}$ 上の正規言語 $L_3 = \{(abc)^n \mid n \geq 0\}$ について、 $P_1(L_3)$ は文脈自由である” が真か偽かを判定し、その証明を与えよ。このとき、以下の性質を用いてもよい。

L が文脈自由言語ならば、次の条件を満たす正整数 p が存在する: 長さ p 以上の任意の文字列 $z \in L$ は、以下を満たすように $z = uvwxy$ と分解できる。

(a) vwx の長さは p 以下。 (b) vx の長さは1以上。 (c) 任意の $i \geq 0$ に対して、 $w^iwx^iy \in L$ 。

専門科目 (Specialized subjects)

(10/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

C. 【Automata and formal languages】

Answer the following questions (【Q1】 , 【Q2】). Make sure to specify the selected field and the corresponding question number on each answer sheet.

【Q1】 Consider the following language L on the alphabet $\Sigma = \{0, 1, \oplus\}$. L consists of the expressions involving the addition of the numbers 0 and 1. Here, we use the symbol \oplus to represent the addition operator. For example, $1\oplus1\oplus0$ and 1 are contained in L , but none of 10 , $\oplus0$, $1\oplus0\oplus$, $10\oplus11$, and the empty string is contained in L . Moreover, let L_0 be the language that consists of the strings in L such that the result of calculation is an even number. For example, $1\oplus1\oplus0$ and 0 are contained in L_0 , but none of 1 , $0\oplus1\oplus0$, and $1\oplus1\oplus1$ is contained in L_0 . Answer the following questions.

- (1) Draw a state transition diagram of a deterministic finite automaton that accepts L and has three states.
- (2) Give a regular expression that represents L .
- (3) Draw a state transition diagram of a nondeterministic finite automaton that accepts L_0 and has four states.
- (4) Give a regular expression that represents L_0 .

専門科目 (Specialized subjects)

(11/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q2】 Let Σ be an alphabet. For a string w over Σ , consider the following two operations:

Operation 1: Swap two characters in w ,

Operation 2: Move the first character of w to the end.

Using these operations, let us define the following two mappings on 2^{Σ^*} :

$$P_1(L) := \{w \in \Sigma^* \mid \exists w' \in L, w \text{ can be obtained}$$

by applying Operation 1 zero or more times to $w'\}$,

$$P_2(L) := \{w \in \Sigma^* \mid \exists w' \in L, w \text{ can be obtained}$$

by applying Operation 2 zero or more times to $w'\}$.

For example, for the finite language $L_0 = \{ab, abab\}$,

$$P_1(L_0) = \{ab, ba, abab, aabb, abba, baab, baba, bbaa\} \text{ and } P_2(L_0) = \{ab, ba, abab, baba\}.$$

Consider the following languages over $\Sigma_1 = \{a, b\}$:

$$L_1 = \{(ab)^n \mid n \geq 0\},$$

$$L_2 = \{ww^R \mid w \in (\Sigma_1)^*\}.$$

Here, w^R denotes the reversal of the string w . For example, $(ab)^R = ba$. Answer the following questions.

- (1) Each of $P_1(L_1)$, $P_2(L_1)$, and $P_1(L_2)$ is either a regular language or a context-free language. For each of them,
 - if it is regular, draw a state transition diagram of a deterministic finite automaton that accepts it;
 - if it is not regular, give a context-free grammar that generates it.
- (2) Prove that the concatenation $L_2 \cdot L_2$ is a subset of $P_2(L_2)$, i.e., $L_2 \cdot L_2 \subseteq P_2(L_2)$.
- (3) Determine whether the proposition “For the regular language $L_3 = \{(abc)^n \mid n \geq 0\}$ over $\Sigma_2 = \{a, b, c\}$, $P_1(L_3)$ is context-free” is true or false, and give a proof. You may use the following property:

If L is a context-free language, then there exists a positive integer p such that any string $z \in L$ of length at least p can be decomposed as $z = uvwxy$, where
(a) the length of vw is at most p , (b) the length of vx is at least 1, (c) for all $i \geq 0$, $uv^iwx^iy \in L$.

専門科目 (Specialized subjects)

(12/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

D. 【電磁気学分野】

次の【問1】、【問2】に答えよ。解答用紙に選択分野名と問題番号を記入すること。

【問1】 図1に示す、半径がそれぞれ $a/7$, $a/3$, a で厚さの無視できる同心導体球殻 A, B, C を考える。導体球殻 A より内側の空間を領域 1, 導体球殻 A と B の間の空間を領域 2, 導体球殻 B と C の間の空間を領域 3, 導体球殻 C より外側の空間を領域 4 とする。4 つの領域は真空であるとし、誘電率は ϵ_0 とする。

- (1) 導体球殻 A にだけ電荷 Q を与える。同心導体球殻の中心から距離 r の位置での電界の大きさおよび無限遠点に対する電位を求めよ。
- (2) 導体球殻 A と B の間の静電容量 C_{AB} , 導体球殻 B と C の間の静電容量 C_{BC} および導体球殻 C の無限遠点に対する静電容量 C_C を求めよ。
- (3) 導体球殻 B にだけ電荷 Q を与える。領域 1, 2, 3, 4 の静電エネルギーを求めよ。
- (4) 太さが無視できる細い導線で導体球殻 A と C を接続した状態で導体球殻 B にだけ電荷 Q を与える。ただし、導体球殻 B は導体球殻 A, C と電氣的に絶縁されている。各導体球殻の無限遠点に対する電位、導体球殻 A に現れる電荷および領域 1, 2, 3, 4 の静電エネルギーを求めよ。

専門科目 (Specialized subjects)

(13/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

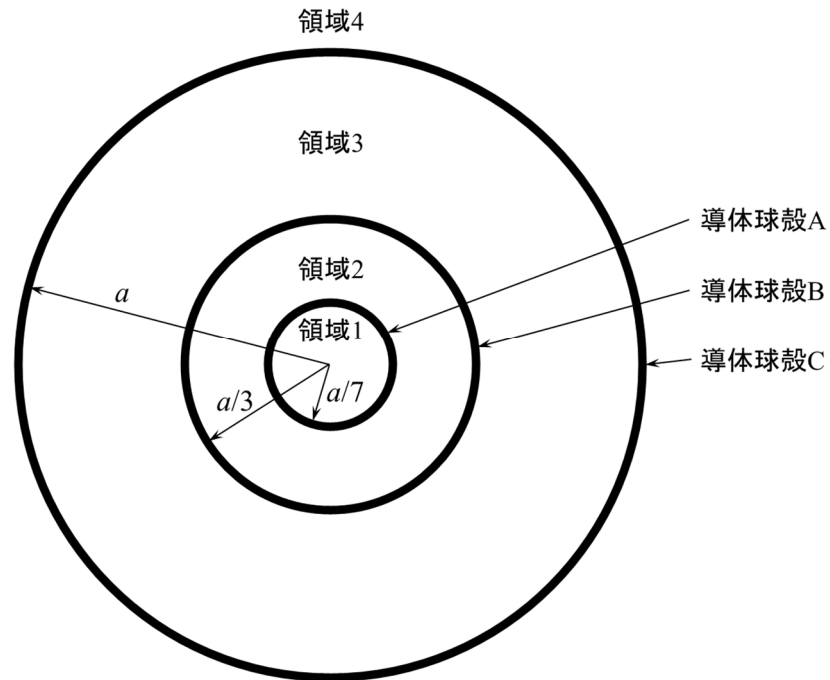


図1

専門科目 (Specialized subjects)

(14/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問2】 図2に示すように、真空中の直交座標系の z 軸上に、大きさ I で正の方向に向かって定常の線電流が流れている。 x 軸上の原点 O から距離 a の点を P 、距離 x_0 の点を Q 、 $0 < a < x_0$ とする。また、点 $A(a, 0, 1/2)$ 、点 $B(a, 0, -1/2)$ 、点 $C(x_0, 0, -1/2)$ 、点 $D(x_0, 0, 1/2)$ を定める。ただし、真空の透磁率を μ_0 とする。以下の問いに答えよ。

(1) 線電流が $z = -\infty$ から $z = \infty$ まで流れるとき、閉ループ $ABCD$ に鎖交する磁束 Φ の大きさを求めよ。

次に、電流が作るベクトルポテンシャル \mathbf{A} について考える。電流は z 成分のみであることに注意すると、 \mathbf{A} の x, y 成分は0であり、原点 O から距離 z にある電流素片 $I dz$ によって点 Q に生じるベクトルポテンシャルの z 成分 $dA_z(x_0)$ は、次式によって与えられる。

$$dA_z(x_0) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dz}{\sqrt{z^2 + x_0^2}}$$

(2) 線電流が $z = -l$ から $z = l$ までの区間を流れるとき、点 Q に生じるベクトルポテンシャルの z 成分 $A_z(x_0)$ を求めよ。導出の際に以下の積分公式を用いて良い。

$$\int \frac{1}{\sqrt{z^2 + k}} dz = \ln\left(z + \sqrt{z^2 + k}\right), \text{ ただし } k \text{ は定数.}$$

(3) l を無限大としたときの点 Q と点 P のベクトルポテンシャルの z 成分の差 $A_z(x_0) - A_z(a)$ を求めよ。

(4) 閉ループ $ABCD$ に沿って \mathbf{A} の線積分を求め、(1)で求めた磁束 Φ と比較せよ。また、 x 軸上の任意の点における $\nabla \times \mathbf{A}$ を求めよ。ただし、 $x > 0$ とし、 $A_z(a)$ は定数として与えられるものとする。

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

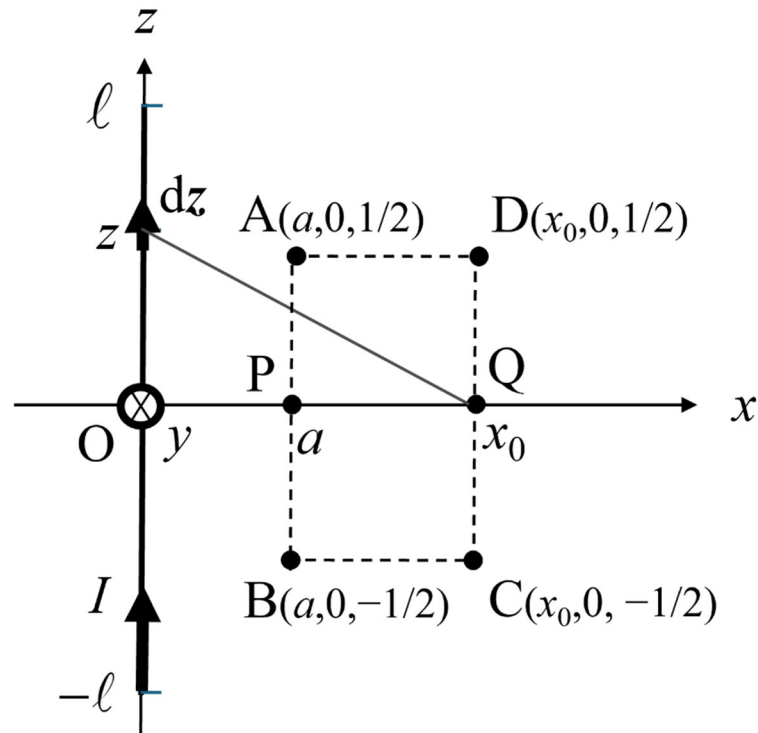


図2

専門科目 (Specialized subjects)

(16/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

D. 【Electromagnetism】

Answer the following questions (【Q1】 , 【Q2】). Make sure to specify the selected field and the corresponding question number on each answer sheet.

【Q1】 Consider concentric spherical conducting shells A, B, and C with radii $a/7$, $a/3$, and a , respectively, as shown in Fig. 1. Here, the three spherical conducting shells have negligible thickness. The spaces inside the spherical shell A, between the spherical shells A and B, between the spherical shells B and C, and outside the spherical shell C are defined as regions 1, 2, 3, and 4, respectively. The four regions are in vacuum and have an electrical permittivity of ϵ_0 .

- (1) Only the spherical conducting shell A is charged with Q . Find the magnitude of the electric field and the electric potential relative to infinity at a point of distance r from the center of the concentric spherical conducting shells.
- (2) Find the capacitances between the spherical conducting shells A and B, C_{AB} , and between the spherical conducting shells B and C, C_{BC} . Also, find the capacitance of the spherical conducting shell C with respect to infinity, C_C .
- (3) Only the spherical conducting shell B is charged with Q . Find the electrostatic energy stored in each of regions 1, 2, 3, and 4.
- (4) The spherical conducting shells A and C are connected to each other with a conducting wire having negligible radius and only the spherical conducting shell B is charged with Q . Here, the spherical conducting shell B is electrically isolated from the spherical conducting shells A and C. Find the electric potential relative to infinity of each spherical conducting shell and the electric charge which appears on the spherical conducting shell A. Also, find the electrostatic energy stored in each of regions 1, 2, 3, and 4.

専門科目 (Specialized subjects)

(17/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

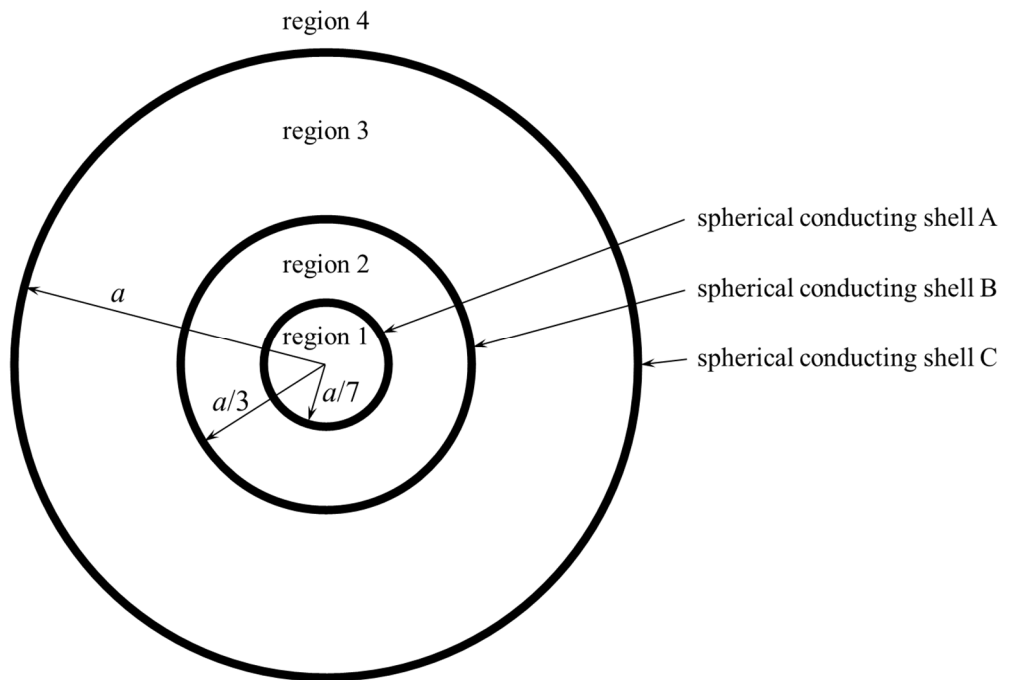


Fig. 1

専門科目 (Specialized subjects)

(18/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q2】 As shown in Fig. 2, on the z -axis of the Cartesian coordinate system in vacuum, a steady line current is flowing toward the positive direction at magnitude I . The points of distance a and x_0 from the origin O on the x -axis are P and Q , respectively, where $0 < a < x_0$. Also, the points $A(a, 0, 1/2)$, $B(a, 0, -1/2)$, $C(x_0, 0, -1/2)$, and $D(x_0, 0, 1/2)$ are defined. The permeability of vacuum is μ_0 . Answer the following questions.

- (1) Find the magnitude of the magnetic flux Φ linking to the closed-loop $ABCD$ when the line current flows from $z = -\infty$ to $z = \infty$.

Next, we consider the vector potential A created by the current. Noting that the current has only the z component, x and y components of A are 0, and the z component $dA_z(x_0)$ of the vector potential generated at the point Q by the current segment $I dz$, which is located at the point of distance z from the origin O , is given by the following equation.

$$dA_z(x_0) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dz}{\sqrt{z^2 + x_0^2}}$$

- (2) Find the z component $A_z(x_0)$ of the vector potential occurring at the point Q when the line current flows from $z = -\ell$ to $z = \ell$. The following integral formula may be used in the derivation.

$$\int \frac{1}{\sqrt{z^2 + k}} dz = \ln\left(z + \sqrt{z^2 + k}\right), \text{ where } k \text{ is a constant value.}$$

- (3) Find the difference of the z component $A_z(x_0) - A_z(a)$ of vector potential between the points Q and P when ℓ becomes infinite.
- (4) Find the line integral of the vector potential A along the closed-loop $ABCD$ and compare it with the magnetic flux Φ obtained in (1). Also find $\nabla \times A$ at an arbitral point on the x -axis, where $x > 0$ and $A_z(a)$ is given as a constant value.

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

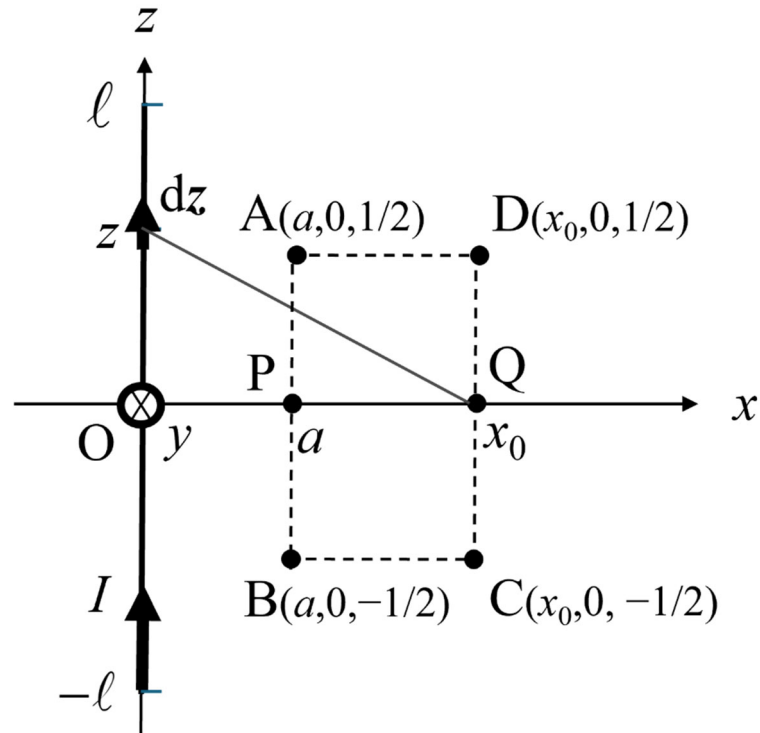


Fig. 2

専門科目 (Specialized subjects)

(20/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

E. 【アルゴリズム分野】

次の【問1】，【問2】に答えよ。解答用紙に選択分野名と問題番号を記入すること。

【問1】 頂点集合 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ，辺集合 E の重みなし単純無向グラフ $G = (V, E)$ の連結性を確認したい。次の問いに答えよ。

(1) 与えられた $n \times n$ 行列 $A[1..n][1..n]$ の d 乗 ($d \geq 1$) を計算する以下の手続き $\text{POWER_MATRIX}(A, n, d)$ の **空欄** を埋めよ。

$\text{POWER_MATRIX}(A, n, d)$

1 $n \times n$ 行列 $B \leftarrow A$

2 C を $n \times n$ 行列とする

3 **for** $p \leftarrow 1$ **to** $(d - 1)$

4 **for** $i \leftarrow 1$ **to** n

5 **for** $j \leftarrow 1$ **to** n

6 $C[i][j] \leftarrow 0$

7 **for** $k \leftarrow 1$ **to** n

8 $C[i][j] \leftarrow C[i][j] +$ **空欄**

9 $B \leftarrow C$

10 **return** B

(2) G の隣接行列 $A = (a_{ij})$ とは、以下を満たす $n \times n$ 行列である：

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & (\{v_i, v_j\} \in E), \\ 0 & (\text{otherwise}). \end{cases}$$

A^d の (i, j) 成分 $a_{ij}^{(d)}$ はグラフ G 上で頂点 v_i と v_j の間の長さ d の道の数であることを数学的帰納法により示せ。

(3) グラフ G の任意の頂点間に道が存在する時、グラフ G は連結であるという。グラフ G の隣接行列 A と頂点数 n を入力とし、グラフ G が連結であれば YES, 連結でなければ NO を返す手続き $\text{IS_CONNECTED}(A, n)$ を疑似コードで答えよ。ただし、手続き $\text{IS_CONNECTED}(A, n)$ は手続き $\text{POWER_MATRIX}(A, n, d)$ を呼び出すこと。なお、疑似コードの記法は $\text{POWER_MATRIX}(A, n, d)$ に従うこと。

専門科目 (Specialized subjects)

(21/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

-
- (4) (2) で示した, A^d の (i, j) 成分 $a_{ij}^{(d)}$ がグラフ G 上で頂点 v_i と v_j の間の長さ d の道の数であることを用いて, (3) で解答した手続き $\text{IS_CONNECTED}(A, n)$ が, 隣接行列 A で表される頂点数 n のグラフ G の連結性を正しく判定することを証明せよ。

専門科目 (Specialized subjects)

(22/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問2】 PARTITIONは、与えられた配列 $A[1..A.length]$ の p 番目から r 番目の要素に対して、基準値に基づいて要素を並べ替える手続きである。この手続きでは、基準値以下の要素を左側に、それより大きい要素を右側に移動し、基準値をその中間に配置する。 $A.length$ は配列 A の要素数を示し、 $1 \leq p < r \leq A.length$ を満たすものとする。次の問いに答えよ。

PARTITION(A, p, r)

```
1   $x \leftarrow A[r]$ 
2   $i \leftarrow p - 1$ 
3  for  $j \leftarrow p$  to  $(r - 1)$ 
4      if  $A[j] \leq x$ 
5           $i \leftarrow i + 1$ 
6          swap the elements of  $A[i]$  and  $A[j]$ 
7  swap the elements of  $A[i + 1]$  and  $A[r]$ 
8  return  $i + 1$ 
```

- (1) 配列 $A=(4, 7, 2, 6, 1, 5, 3)$ に対して、PARTITION($A, 1, 7$) を実行した場合に PARTITION の返す値、及び、実行後の配列 A の要素を先頭から答えよ。
- (2) 以下は、QUICKSORT($A, 1, A.length$) が実行されたときに、配列 A を昇順にソートする手続きである。空欄 (A)、空欄 (B)、空欄 (C)、空欄 (D) を埋め、手続き QUICKSORT を完成せよ。

QUICKSORT($A, start, end$)

```
1  if  $start <$  空欄 (A)
2       $index \leftarrow$  PARTITION( $A, start,$  空欄 (B))
3      QUICKSORT( $A,$  空欄 (C), 空欄 (D))
4      QUICKSORT( $A, index + 1, end$ )
```

- (3) 配列 $A=(4, 7, 2, 6, 1, 5, 3)$ に対して、QUICKSORT($A, 1, 7$) が実行されてから終了するまでに、手続き PARTITION が呼び出される回数を答えよ。
- (4) 配列 B は、1 から 7 の整数を1つずつ要素として含むとする。QUICKSORT($B, 1, 7$) が実行されたときに、PARTITION の呼び出し回数が最も小さくなる配列 B の例を1つ答えよ。その際、配列 B の要素を先頭から順に記述すること。

令和8年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和7年8月26日)

専門科目 (Specialized subjects)

(23/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

白紙
Blank Page

専門科目 (Specialized subjects)

(24/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

E. 【Algorithms】

Answer the following questions (【Q1】 , 【Q2】). Make sure to specify the selected field and the corresponding question number on each answer sheet.

【Q1】 We want to check the connectivity of an unweighted simple undirected graph $G = (V, E)$, where the set of vertices is $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ and the set of edges is E . Answer the following questions.

(1) Fill in the Blank of the following procedure `POWER_MATRIX(A, n, d)`, which computes the d -th power ($d \geq 1$) of a given $n \times n$ matrix $A[1..n][1..n]$.

```
POWER_MATRIX( $A, n, d$ )
1   $n \times n$  matrix  $B \leftarrow A$ 
2  Let  $C$  be an  $n \times n$  matrix
3  for  $p \leftarrow 1$  to  $(d - 1)$ 
4      for  $i \leftarrow 1$  to  $n$ 
5          for  $j \leftarrow 1$  to  $n$ 
6               $C[i][j] \leftarrow 0$ 
7              for  $k \leftarrow 1$  to  $n$ 
8                   $C[i][j] \leftarrow C[i][j] +$  Blank
9       $B \leftarrow C$ 
10 return  $B$ 
```

(2) The adjacency matrix of G is an $n \times n$ matrix $A = (a_{ij})$ that satisfies the following:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & (\{v_i, v_j\} \in E), \\ 0 & (\text{otherwise}). \end{cases}$$

Show, by mathematical induction, that the (i, j) element $a_{ij}^{(d)}$ of A^d is the number of paths of length d between vertices v_i and v_j in graph G .

(3) Graph G is connected when there is a path between any pair of vertices. Answer a pseudo code of procedure `IS_CONNECTED(A, n)` that returns YES if graph G is connected and NO otherwise, when the adjacency matrix A of graph G and the

専門科目 (Specialized subjects)

(25/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

number of vertices n are given. The procedure `IS_CONNECTED(A, n)` must call procedure `POWER_MATRIX(A, n, d)`. Your pseudo code should follow the notation of `POWER_MATRIX(A, n, d)`.

- (4) By the fact shown in (2) that the (i, j) element $a_{ij}^{(d)}$ of A^d is the number of paths of length d between vertices v_i and v_j in graph G , prove that the procedure `IS_CONNECTED(A, n)`, which you answered in (3), correctly determines the connectivity of a graph of n vertices represented by an adjacency matrix A .

専門科目 (Specialized subjects)

(26/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q2】 PARTITION is a procedure that rearranges the elements in the index range from p to r of a given array $A[1..A.length]$, based on a pivot value. In this procedure, elements smaller than or equal to the pivot are moved to the left side, elements larger than the pivot are moved to the right side, and the pivot is placed between them. $A.length$ indicates the number of elements in the array A , and it is assumed that $1 \leq p < r \leq A.length$. Answer the following questions.

PARTITION(A, p, r)

```
1  $x \leftarrow A[r]$ 
2  $i \leftarrow p - 1$ 
3 for  $j \leftarrow p$  to  $(r - 1)$ 
4     if  $A[j] \leq x$ 
5          $i \leftarrow i + 1$ 
6         swap the elements of  $A[i]$  and  $A[j]$ 
7 swap the elements of  $A[i + 1]$  and  $A[r]$ 
8 return  $i + 1$ 
```

- (1) Given the array $A=(4, 7, 2, 6, 1, 5, 3)$, answer the returned value of PARTITION($A, 1, 7$), and the elements of the array A from the first to the last after executing the PARTITION procedure.
- (2) The following is the procedure QUICKSORT which sorts elements in array A in ascending order when QUICKSORT($A, 1, A.length$) is executed. Fill in $\boxed{\text{Blank(A)}}$, $\boxed{\text{Blank(B)}}$, $\boxed{\text{Blank(C)}}$, $\boxed{\text{Blank(D)}}$ to complete the procedure QUICKSORT.

QUICKSORT($A, start, end$)

```
1 if  $start < \boxed{\text{Blank (A)}}$ 
2      $index \leftarrow \text{PARTITION}(A, start, \boxed{\text{Blank (B)}})$ 
3     QUICKSORT( $A, \boxed{\text{Blank (C)}}$ ,  $\boxed{\text{Blank (D)}}$ )
4     QUICKSORT( $A, index + 1, end$ )
```

- (3) Given the array $A=(4, 7, 2, 6, 1, 5, 3)$, answer how many times the PARTITION procedure is called from the start to the completion of the execution of QUICKSORT($A, 1, 7$).
- (4) Let an array B contain each of the integers from 1 to 7 exactly once. Answer one example of such an array B that minimizes the number of PARTITION calls when

令和8年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和7年8月26日)

専門科目 (Specialized subjects)

(27/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

QUICKSORT($B, 1, 7$) is executed. In your answer, list the elements of the array B from the first to the last.

専門科目 (Specialized subjects)

(28/38)

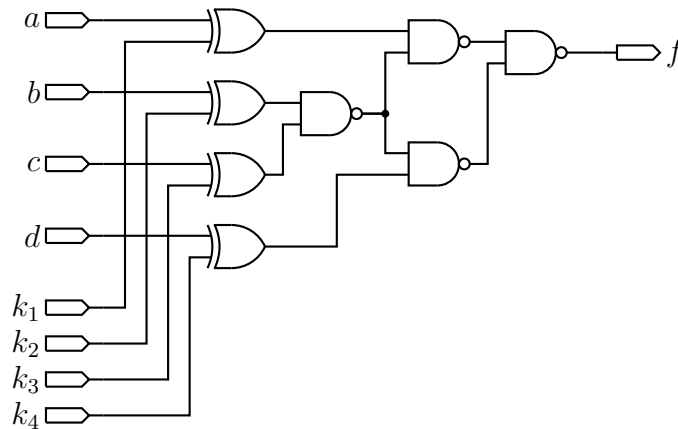
6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

F. 【計算機アーキテクチャ分野】

次の【問1】，【問2】，【問3】に答えよ。解答用紙に選択分野名と問題番号を記入すること。

【問1】 下図の回路の入力 k_1, k_2, k_3, k_4 のそれぞれの値を0か1に固定することで、以下の真理値表で示される論理関数を実現したい。その時の k_1, k_2, k_3, k_4 の値を求めよ。



a	b	c	d	f
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

令和8年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和7年8月26日)

専門科目 (Specialized subjects)

(29/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

白紙
Blank Page

専門科目 (Specialized subjects)

(30/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

- 【問2】** 5つのステップからなるデータパスを有するインオーダー・マイクロプロセッサについて考える。実装されるステップは、IF (命令取得)、ID (命令デコードとレジスタ読み出し)、EX (実行)、MEM (データメモリアクセス)、ならびに、WB (レジスタ書き込み) である。各ステップの遅延時間は下表の通りとする。

ステップ	IF	ID	EX	MEM	WB
遅延時間	0.7 ns	0.8 ns	1.0 ns	1.0 ns	0.5 ns

このマイクロプロセッサでのプログラム実行時間 ET は以下の式で表される。

$$ET = IC \times CPI \times CCT$$

ここで、 IC は実行される (そして、コミットされる) 総命令数、 CPI は各命令の実行に要する平均所要クロックサイクル数、 CCT はクロックサイクル時間である。以下の問いに答えよ。

- (1) 各命令が1クロックサイクルで実行される (つまり、各命令のすべてのステップが1クロックサイクルで実行される) 「シングルサイクルデータパス」にてこのマイクロプロセッサを実装する。この設計での最大クロック周波数を答えよ (単位は MHz)。
- (2) 上記 (1) のデータパスの性能を改善するために「5段パイプライン型データパス」を適用する。ここで、各ステップはパイプラインステージ (例えば「IF ステップ」は「IF パイプラインステージ」) として実装される。また、データハザードはパイプラインストールの導入により解決し、その実装による回路遅延オーバーヘッドはないものとする。パイプラインストールを除き、各パイプラインステージの実行は常に1クロックサイクルで完了する。この改良後のマイクロプロセッサ設計での最大クロック周波数を答えよ (単位は MHz)。
- (3) 上記 (2) のデータパス実装において、データハザードが発生するプログラムの実行を想定する。シングルサイクルデータパスでの実装と比較して、5段パイプライン型データパスの適用が IC ならびに CPI に与える影響とその理由をそれぞれ答えよ。なお、影響が無い場合は「影響なし」と答えること。
- (4) 上記 (2) のデータパス実装において、データハザードによるパイプラインストールを回避するために、MEM パイプラインステージと WB パイプラインステージから

令和8年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和7年8月26日)

専門科目 (Specialized subjects)

(31/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

EXパイプラインステージへのデータフォワーディング機構を導入する。この改良が *IC*, *CPI*, ならびに, *CCT* に与える影響とその理由をそれぞれ答えよ。なお, 影響が無い場合は「影響なし」と答えること。

専門科目 (Specialized subjects)

(32/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

- 【問3】** コンピュータのメモリシステムについて考える。マイクロプロセッサにフルアソシアティブ・キャッシュが搭載されているものとする。キャッシュサイズは16バイト、キャッシュのブロックサイズは4バイト、アドレス長は4ビットで、ひとつのアドレスに格納されるデータサイズは4バイトであり、キャッシュの初期状態は空とする。このとき、以下に示すメモリアクセス①～⑩が順次発生したとする。

メモリアクセス番号	アクセスしたアドレス (2進表現)
①	1011
②	1111
③	0010
④	1011
⑤	1001
⑥	0010
⑦	0101
⑧	1011
⑨	0110
⑩	0010

以下の各問いに答えよ。

- (1) FIFO (First In, First Out) ブロック置換ポリシーの場合のキャッシュミス率を求めよ。また、キャッシュにヒットするメモリアクセス番号をすべて挙げよ。キャッシュにヒットするメモリアクセスがない場合は「なし」と答えよ。
- (2) LRU (Least Recently Used) ブロック置換ポリシーの場合のキャッシュミス率を求めよ。また、キャッシュにヒットするメモリアクセス番号をすべて挙げよ。キャッシュにヒットするメモリアクセスがない場合は「なし」と答えよ。

令和8年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和7年8月26日)

専門科目 (Specialized subjects)

(33/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

白紙
Blank Page

専門科目 (Specialized subjects)

(34/38)

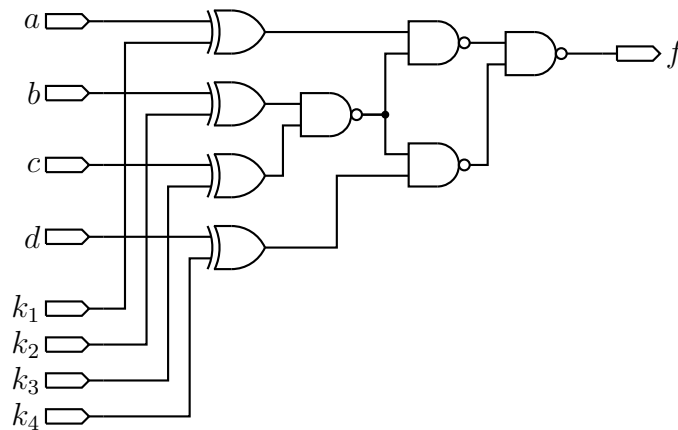
6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

F. 【Computer architecture】

Answer the following questions (【Q1】 , 【Q2】 , 【Q3】). Make sure to specify the selected field and the corresponding question number on each answer sheet.

【Q1】 Suppose to make the logic function of the circuit in the figure below equal to the function depicted by the truthtable shown below, with assigning proper values (0 or 1) to inputs $k_1, k_2, k_3,$ and k_4 . Show the values of $k_1, k_2, k_3,$ and k_4 .



a	b	c	d	f
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

令和8年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和7年8月26日)
専門科目 (Specialized subjects)
(35/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

白紙
Blank Page

専門科目 (Specialized subjects)

(36/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q2】 Let us consider an in-order microprocessor with a datapath consisting of 5 steps: IF (instruction fetch), ID (instruction decode and register read), EX (execution), MEM (data memory access), and WB (register write). The latency of each step is shown in the table below.

Step	IF	ID	EX	MEM	WB
Latency	0.7 ns	0.8 ns	1.0 ns	1.0 ns	0.5 ns

Program execution time ET on this microprocessor can be represented by the following equation:

$$ET = IC \times CPI \times CCT,$$

where IC is the total number of instructions executed (and committed), CPI is the average number of clock cycles required for each instruction execution, and CCT is the clock cycle time. Answer the following questions.

- (1) We design this microprocessor by implementing a “single-cycle datapath” that executes each instruction in one clock cycle, i.e., all steps of each instruction are executed in one clock cycle. Answer the maximum clock frequency in this design (unit is MHz).
- (2) We apply a “5-stage pipelined datapath” to improve the performance of the datapath explained in (1). Here, each step is implemented as a pipeline stage (for example, the “IF step” is implemented as the “IF pipeline stage”). Data hazards are solved by introducing pipeline stalls, and their implementation does not cause any overhead in terms of circuit delay. The operations in each pipeline stage complete in one clock cycle, except for pipeline stalls. Answer the maximum clock frequency of the enhanced microprocessor design (unit is MHz).
- (3) Assume a program execution in which data hazards occur on the datapath implementation explained in (2). Answer the impacts of applying the 5-stage pipelined datapath on IC and CPI , and the reasons for it, respectively, compared to the single-cycle datapath implementation. If there are no impacts, answer “no effects.”
- (4) In the datapath implementation described in (2), we introduce a data forwarding mechanism from the MEM and WB pipeline stages to the EX pipeline stage in order

令和8年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和7年8月26日)

専門科目 (Specialized subjects)

(37/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

to avoid the pipeline stalls caused by the data hazards. Answer the impacts of this enhancement on *IC*, *CPI*, and *CCT*, and the reasons for it, respectively. If there are no impacts, answer “no effects.”

専門科目 (Specialized subjects)

(38/38)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問1つあたり1枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

- 【Q3】** Consider computer memory systems. Assume a full-associative cache memory implemented in a microprocessor. The cache size is 16 bytes, the size of the cache block is 4 bytes, the address width is 4 bits, and the data size stored in one address is 4 bytes. Suppose the cache is initially empty. Then we have the following memory access ①～⑩ consecutively.

Memory access number	Accessed address (the binary numeral systems)
①	1011
②	1111
③	0010
④	1011
⑤	1001
⑥	0010
⑦	0101
⑧	1011
⑨	0110
⑩	0010

Answer the following questions.

- (1) Find the cache miss rate by assuming the FIFO (First In, First Out) block replacement policy. Also, answer all the memory access numbers that hit the cache. If there are no cache hits, answer “no hits.”
- (2) Find the cache miss rate by assuming the LRU (Least Recently Used) block replacement policy. Also, answer all the memory access numbers that hit the cache. If there are no cache hits, answer “no hits.”

