

九州大学大学院システム情報科学府

情報理工学専攻

令和3年度入学試験問題

【令和2年12月5日（土）、6日（日）】

数学 (Mathematics)

(7枚中の1)

解答上の注意 (Instructions):

- 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。
Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.
- 問題用紙は表紙を含め7枚、解答用紙は3枚つづり(1分野につき1枚)である。
You are given 7 problem sheets including this cover sheet, and 3 answer sheets (1 sheet for each field).
- 以下の6分野から3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする事。
Select 3 fields out of the following 6 fields and answer the questions. You must use a separate answer sheet for each of the fields you selected.

	分野	field	page
1	線形代数	Linear algebra	2
2	微分積分	Calculus	3
3	微分方程式	Differential equation	4
4	ベクトル解析	Vector analysis	5
5	複素関数論	Complex function theory	6
6	確率・統計	Probability and statistics	7

- 解答用紙の全部に、専攻名、選択分野番号(○で囲む)、受験番号および氏名を記入すること。
Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the department name, the selected field number (mark with a circle), your examinee number and your name.
- 解答は解答用紙に記入すること。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが、その場合は、裏面に解答があることを明記すること。
Write your answers on the answer sheets. You may use the backs of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate it clearly on the sheet.
- 解答は、日本語、英語のいずれかで記入すること。
Your answers must be written in Japanese or English.

数学 (Mathematics)

(7枚中の2)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする事。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet
for each field.

1. 【線形代数 (Linear algebra) 分野】

$n \times m$ 実行列 $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$ の第 j 列 ($j = 1, 2, \dots, m$) を $a_j \in \mathbb{R}^n$ とする。各部分集合 $J \subseteq \{1, 2, \dots, m\}$ について、その要素数を $|J|$ で表し、 a_j ($j \in J$) を j に関する昇順で左から並べて得られる A の部分行列を $A[J] \in \mathbb{R}^{n \times |J|}$ で表す。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 以下の行列 A に対し、 $\{a_j \mid j \in J\}$ が線形独立であるような部分集合 $J \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ をすべて求めよ。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & -3 & -5 \\ -2 & -2 & 0 & 4 & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

- (2) (1) の行列 A に対し、 $\text{rank}(A[J]) < |J|$ を満たす部分集合 $J \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ であって、 J の任意の真部分集合 $I \subsetneq J$ について $\text{rank}(A[I]) = |I|$ が成り立つものをすべて求めよ。ただし、空集合 \emptyset に対しては $\text{rank}(A[\emptyset]) = 0$ と定義する。

- (3) 一般の $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$ について、 $I \subseteq J \subseteq \{1, 2, \dots, m\}$ かつ $\text{rank}(A[J]) = |J|$ のとき、 $\text{rank}(A[I]) = |I|$ が成り立つことを示せ。

For an $n \times m$ real matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$, let $a_j \in \mathbb{R}^n$ ($j = 1, 2, \dots, m$) be the j -th column of A . For each subset $J \subseteq \{1, 2, \dots, m\}$, let $A[J] \in \mathbb{R}^{n \times |J|}$ denote the submatrix of A obtained by arranging a_j ($j \in J$) in the ascending order of j , where $|J|$ denotes the cardinality of J . Answer the following questions.

- (1) For the following matrix A , find all subsets $J \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ such that $\{a_j \mid j \in J\}$ is linearly independent:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & -3 & -5 \\ -2 & -2 & 0 & 4 & 6 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (2) For the matrix A in (1), find all subsets $J \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ such that $\text{rank}(A[J]) < |J|$ and $\text{rank}(A[I]) = |I|$ for any proper subset $I \subsetneq J$, where $\text{rank}(A[\emptyset]) = 0$ for the empty set \emptyset .

- (3) Prove for any $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$ that, if $I \subseteq J \subseteq \{1, 2, \dots, m\}$ and $\text{rank}(A[J]) = |J|$, then $\text{rank}(A[I]) = |I|$.

数学 (Mathematics)

(7枚中の3)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする事。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet
for each field.

2. 【微分積分 (Calculus) 分野】

\mathbb{R}^2 上の関数

$$f(x, y) = (x + y) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2}\right)$$

について次の各問いに答えよ。

- (1) f の停留点を全て求めよ。
- (2) f の極大点と極小点を全て求めよ。
- (3) f の最大値または最小値が存在する場合、それらを求めよ。

For the function

$$f(x, y) = (x + y) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2}\right)$$

over \mathbb{R}^2 , answer the following questions.

- (1) Find all the stationary points of f .
- (2) Find all the local maximum and the local minimum points of f .
- (3) Find the maximum and the minimum values of f , if they exist, respectively.

数学 (Mathematics)

(7枚中の4)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする事。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

3. 【微分方程式 (Differential equation) 分野】

次の微分方程式の一般解を求めよ。

$$(1) \frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + 6y^2}{4xy}$$

$$(2) \frac{dy}{dx} = e^{2x+y+1} - 1$$

Find general solutions to the following differential equations.

$$(1) \frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + 6y^2}{4xy}$$

$$(2) \frac{dy}{dx} = e^{2x+y+1} - 1$$

数学 (Mathematics)

(7枚中の5)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする事。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

4. 【ベクトル解析 (Vector analysis) 分野】

直交座標系において、 x , y , z 軸方向の単位ベクトルをそれぞれ \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} とする。次の各問に答えよ。

(1) 3点 $(2, -6, 2)$, $(1, -10, -1)$ および $(-1, 2, 3)$ が決定する平面と点 $(2, -2, -2)$ との距離を求めよ。

(2) ベクトル場 \mathbf{F} を $\mathbf{F} = \left(-\frac{xy}{4}\right)\mathbf{i} + (z-x)\mathbf{j} + (x+y)\mathbf{k}$ とする。曲線 $C: x = \frac{y^2}{8}, y = -z$ に沿って、 $(0, 0, 0)$ から $\left(\frac{9}{2}, 6, -6\right)$ までの線積分 $\int_C \mathbf{F} \times d\mathbf{r}$ を計算せよ。

The unit vectors on x , y and z axes of Cartesian coordinates are denoted by \mathbf{i} , \mathbf{j} and \mathbf{k} , respectively. Answer the following questions.

(1) Find the distance from the point $(2, -2, -2)$ to the plane determined by the points $(2, -6, 2)$, $(1, -10, -1)$ and $(-1, 2, 3)$.

(2) Let the vector field $\mathbf{F} = \left(-\frac{xy}{4}\right)\mathbf{i} + (z-x)\mathbf{j} + (x+y)\mathbf{k}$. Evaluate the line integral $\int_C \mathbf{F} \times d\mathbf{r}$ along the curve $C: x = \frac{y^2}{8}, y = -z$, from $(0, 0, 0)$ to $\left(\frac{9}{2}, 6, -6\right)$.

数学 (Mathematics)

(7枚中の6)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする事。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

5. 【複素関数論 (Complex function theory) 分野】

次の各問に答えよ。

(1) 複素関数 $f(z) = \frac{1}{z(z-2)^2}$ を $z=0$ でローラン展開せよ。

(2) 複素関数 $g(z) = z \sin \frac{1}{z+2}$ を $z=-2$ でローラン展開し、級数が収束する領域を示せ。
次に、 $z=-2$ における留数を求めよ。

Answer the following questions.

(1) Expand the complex function $f(z) = \frac{1}{z(z-2)^2}$ in a Laurent series about $z=0$.

(2) Expand the complex function $g(z) = z \sin \frac{1}{z+2}$ in a Laurent series about $z=-2$ and give the region of convergence of the series. Then, find the residue at $z=-2$.

数学 (Mathematics)

(7枚中の7)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする事。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet
for each field.

6. 【確率・統計 (Probability and statistics) 分野】

実数 p は $0 < p < 1$ を満たすものとする。確率変数 X と Y は独立に同一の確率関数

$$f(k) = \begin{cases} p & (k = 1) \\ 1 - p & (k = -1) \end{cases}$$

に従うものとする。 $Z = XY$ として、以下の各問に答えよ。

- (1) 期待値 $E[Z]$ を求めよ。
- (2) X と Z の共分散 $E[(X - E[X])(Z - E[Z])]$ を求めよ。
- (3) X と Z が独立となる p を求めよ。求めた p に対し、 Y と Z も独立であることを示せ。
- (4) (3) で求めた p に対し、確率 $\Pr[X + Y + Z \leq 2]$ を求めよ。

Let p be a real satisfying $0 < p < 1$. Let X and Y be independent random variables which respectively follow the identical probability function

$$f(k) = \begin{cases} p & (k = 1), \\ 1 - p & (k = -1). \end{cases}$$

Let $Z = XY$, and answer the following questions.

- (1) Find the expectation $E[Z]$.
- (2) Find the covariance $E[(X - E[X])(Z - E[Z])]$ between X and Z .
- (3) Find p such that X and Z are independent. Prove that Y and Z are also independent for the same p .
- (4) Find the probability $\Pr[X + Y + Z \leq 2]$ for p obtained in (3).

専門科目 (Specialized subjects)

(1/29)

解答上の注意 (Instructions):

1. 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。

Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.

2. 問題用紙は表紙を含め 29 枚, 解答用紙は 3 枚つづり 2 部 (1 分野につき 1 部) である。

You are given 29 problem sheets including this cover sheet, and 2 sets of 3 answer sheets (1 set for each field).

3. 以下の 6 分野から 2 分野を選び解答すること。解答用紙は 1 分野につき 1 部, 大問 1 つあたり 1 枚を使用すること。1 枚に大問 2 問以上の解答を書いてはいけません。

Select 2 fields out of the following 6 fields and answer the questions. You must use a separate set of answer sheets for each of the fields you selected. One sheet in a set is for one question.

You may not use one sheet for two or more questions

	分野	field	page
A	電気回路	Circuit theory	2
B	情報理論	Information theory	6
C	オートマトンと言語	Automata and formal languages	10
D	電磁気学	Electromagnetism	14
E	アルゴリズム／プログラミング	Algorithms and programming	20
F	計算機アーキテクチャ	Computer architecture	26

4. 解答用紙の全部に, 選択分野名, 受験番号, 氏名および問題番号を記入すること。

Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the selected field, your examinee number, your name, and the question number.

5. 解答は解答用紙に記入すること。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが, その場合は, 裏面に解答があることを明記すること。

Write your answers on the answer sheets. You may use the backs of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate so clearly on the sheet.

6. 解答は, 日本語, 英語のいずれかで記入すること。

Your answers must be written in Japanese or English.

専門科目 (Specialized subjects)

(2/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
 Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

A. 【電気回路 (Circuit theory) 分野】

【問1】～【問4】から2問を選び、解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入せよ。

【問1】 図1に示す回路において、 $C = \sqrt{3} \text{ F}$ 、 $L = \frac{\sqrt{3}}{6} \text{ H}$ 、電源の角周波数 $\omega = 2 \text{ rad/s}$ 、端子間電圧 V と電流 I の位相差は $\arg\left(\frac{V}{I}\right) = -\frac{\pi}{6} \text{ rad}$ であり、回路は定常状態にあるとする。以下の問いに答えよ。

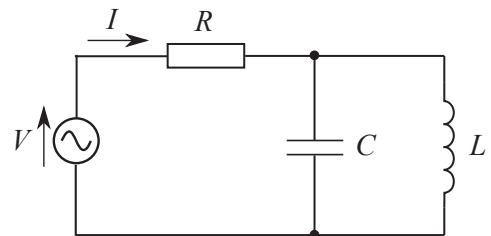
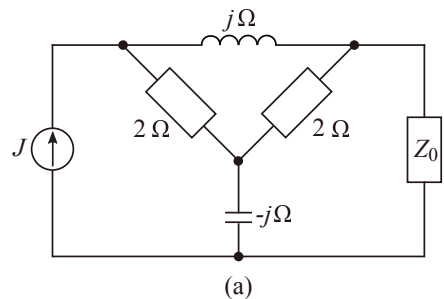


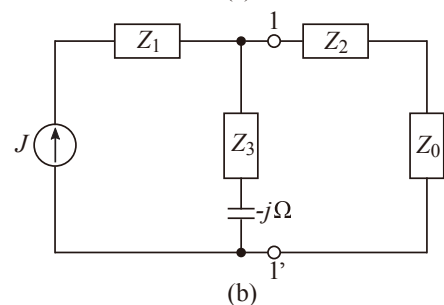
図1

- (1) R の値を求めよ。
- (2) 電流 I の時間関数が $i(t) = \sin(2t + \frac{\pi}{6}) \text{ A}$ であり、これに対応するフェーザ電流を $I = e^{j\frac{\pi}{6}} \text{ A}$ と表すとき、フェーザ電圧 V を求め、その時間関数 $v(t)$ を答えよ。

【問2】 図2の回路について、以下の問いに答えよ。ただし、図2(a)と図2(b)は等価である。



(a)



(b)

図2

- (1) 図2(b)のインピーダンス Z_1, Z_2, Z_3 を求めよ。
- (2) 図2(b)において、端子対1-1'から右側を見たときのインピーダンス Z_R および左側を見たときのインピーダンス Z_L を記号 Z_0, Z_1, Z_2, Z_3 を用いずに表せ。ただし、インピーダンス $Z_0 = R + jX$ である。
- (3) 図2(b)の Z_0 において、 R も X も可変であるとき、 Z_0 における消費電力を最大とする R および X を求めよ。

令和3年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和2年12月5日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (3/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
 Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【問3】 図3の回路について、以下の問いに答えよ。ただし、電源の角周波数を ω とする。

- (1) 図3(b)が図3(a)の端子対1-1'の左側の2端子回路と等価なとき、電流源 J_0 とアドミタンス Y_0 を求めよ。
- (2) 図3(a)の電流 I を求めよ。

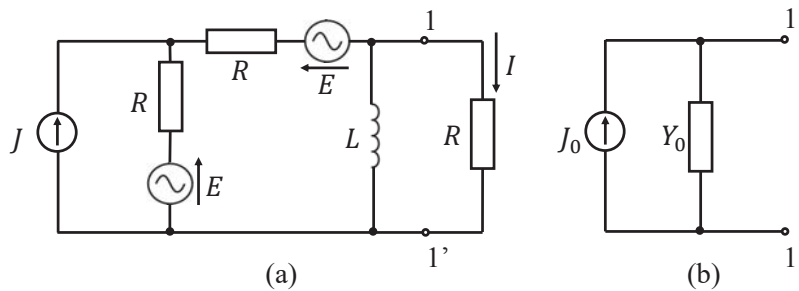


図3

【問4】 図4の回路について、以下の問いに答えよ。ただし、 $e(t) = 50 \sin t$ Vとし、スイッチSを閉じる前の回路は定常状態にあるとする。

- (1) $t = 0$ でスイッチSを閉じた直後の電流 $i(+0)$ を求めよ。
- (2) $t > 0$ における電流 $i(t)$ を求めよ。

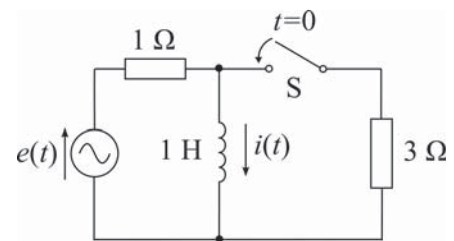


図4

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

Select two out of the four questions **【Q1】** ~ **【Q4】** and write the number of the selected question on the answer sheet.

【Q1】 Consider the circuit shown in Fig. 1, where $C = \sqrt{3}$ F, $L = \frac{\sqrt{3}}{6}$ H, the angular frequency of the source $\omega = 2$ rad/s, the phase difference $\arg(\frac{V}{I}) = -\frac{\pi}{6}$ rad, and the circuit is in steady state. Answer the following questions.

- (1) Find the resistance R .
- (2) The current I in the time domain expression is $i(t) = \sin(2t + \frac{\pi}{6})$ A and the corresponding phasor is $I = e^{j\frac{\pi}{6}}$ A. Find the phasor V and the corresponding time domain expression $v(t)$.

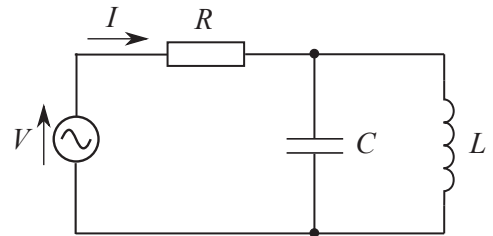
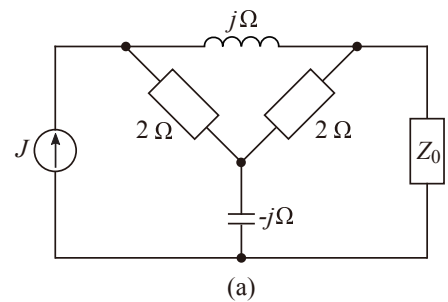


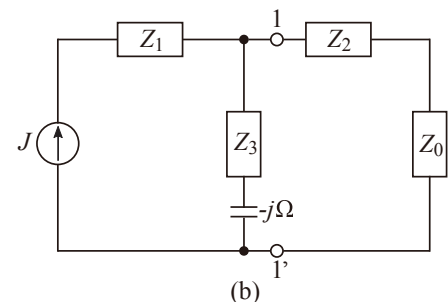
Fig. 1

【Q2】 Consider the circuit shown in Fig. 2. Here, the circuit shown in Fig. 2(b) is equivalent to Fig. 2(a). Answer the following questions.

- (1) Find the impedance Z_1 , Z_2 , and Z_3 of Fig. 2(b).
- (2) In Fig. 2(b), express Z_R and Z_L without using symbols Z_0 , Z_1 , Z_2 , and Z_3 , where Z_R is defined as the impedance measured rightward from the terminals 1-1', Z_L is defined as the impedance measured leftward from the terminals 1-1', and the impedance $Z_0 = R + jX$.
- (3) When R and X are variable, find the value of R and X which maximize the power consumption at the impedance Z_0 .



(a)



(b)

Fig. 2

令和3年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和2年12月5日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (5/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
 Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【Q3】 Consider the circuit shown in Fig. 3, where the sources have the angular frequency ω . Answer the following questions.

- (1) Find the current source J_0 and the admittance Y_0 when the circuit in Fig. 3(b) is equivalent to the circuit seen from the terminals 1-1' to the left in Fig. 3(a).
- (2) Find the current I .

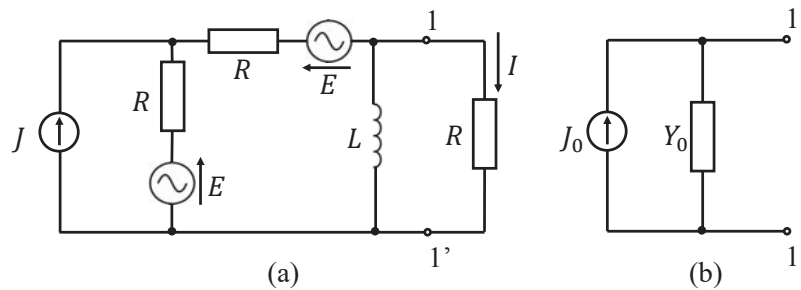


Fig. 3

【Q4】 Consider the circuit shown in Fig. 4, where $e(t) = 50 \sin t$ V and the circuit is in steady state before the switch S is closed.

- (1) Find the current $i(+0)$ just after the switch S is closed at $t = 0$.
- (2) Find the current $i(t)$ for $t > 0$.

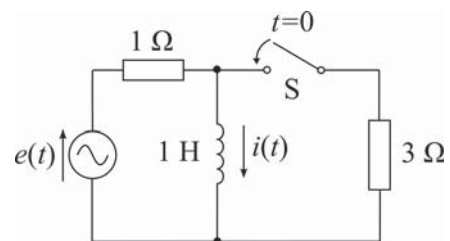


Fig. 4

専門科目 (Specialized subjects)

(6/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

B. 【情報理論 (Information theory) 分野】

次の各問い（【問1】【問2】）に答えよ。

【問1】 入力アルファベットと出力アルファベットがともに $\{1, 2, 3, 4\}$ である無記憶な通信路 $W(y|x)$ の通信路行列が

$$\begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \end{pmatrix}$$

で与えられているとする。ただし、 (i, j) 成分は $W(j|i)$ を表す。この通信路の通信路容量を求めよ。また、それを達成する入力分布を全て求めよ。

専門科目 (Specialized subjects)

(7/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【問2】 定常無記憶情報源 $X_1X_2\cdots$ を考える。この情報源のアルファベットを有限集合 \mathcal{X} とし、各 X_i は確率分布 $p(x)$ に従うものとする。任意に固定された $\epsilon > 0$ に対し、系列 $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathcal{X}^n$ が

$$2^{-n(H(X_1)+\epsilon)} \leq p(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 2^{-n(H(X_1)-\epsilon)}$$

を満たすとき、この系列を $p(x)$ に関する典型系列であると言う。ここで、 $H(X_1)$ は X_1 のエントロピーを表し、 $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$ は同時確率分布を表す。全ての典型系列からなる集合を $A_\epsilon^{(n)}$ と表記する。次の各問いに答えよ。ただし、 $\mathcal{X} = \{0, 1\}$, $p(0) = 1 - \alpha$, $p(1) = \alpha$ とする。ここで $\alpha \in (0, 1)$ は定数である。

- (1) $(x_1, x_2, \dots, x_{10}) = (0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)$ に対し、 $p(x_1, x_2, \dots, x_{10})$ を求めよ。
- (2) $i = 1, 2, \dots, n$ に対する $H(X_i)$ および $H(X_1, X_2, \dots, X_n)$ を求めよ。
- (3) $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ に対し、 $S(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n x_i$ とおく。 $\alpha = 0.2$, $n = 200$, $\epsilon = 0.01$ とする。 $A_\epsilon^{(n)}$ に属する系列 \mathbf{x} に対する $S(\mathbf{x})$ の範囲を求めよ。

専門科目 (Specialized subjects)

(8/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

Answer the following questions (**【Q1】 【Q2】**).

【Q1】 Suppose that the channel matrix of a memoryless channel $W(y|x)$ with the input and output alphabets $\{1, 2, 3, 4\}$ is given by

$$\begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \end{pmatrix},$$

where the (i, j) component denotes $W(j|i)$. Find the channel capacity of the channel and all the input distributions which achieve the capacity.

専門科目 (Specialized subjects)

(9/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【Q2】 Consider a stationary memoryless source $X_1X_2\cdots$. Let the alphabet of this source be a finite set \mathcal{X} and suppose each X_i follows a probability distribution $p(x)$. For an arbitrarily fixed constant $\epsilon > 0$, a sequence $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathcal{X}^n$ is said to be a typical sequence with respect to $p(x)$, if it satisfies

$$2^{-n(H(X_1)+\epsilon)} \leq p(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 2^{-n(H(X_1)-\epsilon)},$$

where $H(X_1)$ denotes the entropy of X_1 and $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$ denotes the joint probability distribution. The set of all typical sequences is denoted by $A_\epsilon^{(n)}$. Answer the following questions. Here, let $\mathcal{X} = \{0, 1\}$, $p(0) = 1 - \alpha$, and $p(1) = \alpha$, where $\alpha \in (0, 1)$ is a constant.

- (1) Find $p(x_1, x_2, \dots, x_{10})$ for $(x_1, x_2, \dots, x_{10}) = (0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)$.
- (2) Find $H(X_i)$ for $i = 1, 2, \dots, n$ and $H(X_1, X_2, \dots, X_n)$.
- (3) Let $S(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n x_i$ for $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. Put $\alpha = 0.2$, $n = 200$, and $\epsilon = 0.01$. Find the range of $S(\mathbf{x})$ for sequences \mathbf{x} belonging to $A_\epsilon^{(n)}$.

令和3年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和2年12月5日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (10/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
 Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

C. 【オートマトンと言語 (Automata and formal languages) 分野】

次の各問い (【問1】【問2】) に答えよ。

【問1】 状態数2の決定性有限オートマトンを考える。決定性有限オートマトン $M = (K, \Sigma, \delta, q_0, F)$ において、 $K = \{q_0, q_1\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $F = \{q_0\}$ とする。ただし、 $K, \Sigma, \delta, q_0, F$ はそれぞれ M の状態集合、アルファベット、遷移関数、初期状態、最終状態の集合を表し、 a と b は文字である。なお $\delta(p, x) = r$ ($p, r \in K, x \in \Sigma$) は、 M が文字 x を読むことで状態 p から状態 r に移ることを表す。 M によって受理される言語を $L(M)$ で表す。 Σ 上の正規表現 $e(a, b)$ が表す言語を、 $\|e(a, b)\|$ で表す。次の各問いに答えよ。

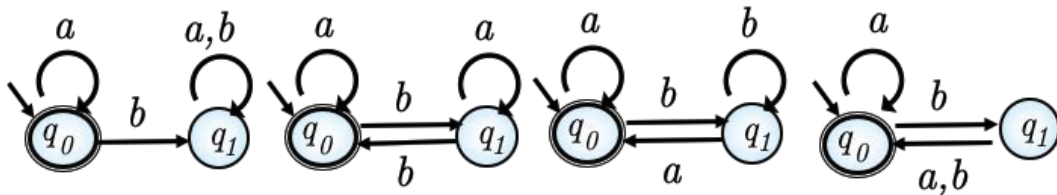


図 1: $\delta(q_0, a) = q_0, \delta(q_0, b) = q_1$ である 4 種類のオートマトン M

- (1) 図 1 は、 $\delta(q_0, a) = q_0, \delta(q_0, b) = q_1$ である 4 種類の δ に対応する M の状態遷移図である。図 1 の各 M について $L(M)$ に含まれる文字列を説明せよ。
- (2) $\delta(q_0, a) = \delta(q_0, b) = q_1$ のとき、可能な M の状態遷移図を図 1 にならって全て与えよ。さらに、各 M について $L(M)$ に含まれる文字列を説明せよ。
- (3) 言語 $L = \|e(a, b)\|$ について、 $\|e(b, a)\|$ を L の交換言語と呼ぶ。たとえば、 L_0 が文字 a を偶数個含む文字列から構成される言語であるとき、 L_0 の交換言語は文字 b を偶数個含む文字列から構成される言語である。
 (1) と (2) とは異なる δ に対応する各 M に対し、(1) あるいは (2) の言語の交換言語とならない $L(M)$ に含まれる文字列を説明せよ。

専門科目 (Specialized subjects)

(11/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【問2】 文脈自由文法を4つ組 (N, Σ, P, S) で表す。ただし、 N , Σ , P , S をそれぞれ非終端記号の集合、終端記号の集合、生成規則の集合、開始記号とする。 Σ 上の文字列 w と終端記号 $x \in \Sigma$ に対して、 $|w|_x$ を w 中の x の出現回数とする。以下の各問いに答えよ。

(A) 以下に示す言語 L_i ($i = 1, 2, 3$) を導出する文脈自由文法 (N_i, Σ_i, P_i, S) の生成規則の集合 P_i を与えよ。

(1) $L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \geq 3\}$. ただし $\Sigma_1 = \{a, b\}$ である。答えには $N_1 = \{S, X\}$ を用いよ。

(2) $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \geq 2|w|_b\}$. ただし $\Sigma_2 = \{a, b\}$ である。答えには $N_2 = \{S\}$ を用いよ。

(3) $L_3 = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ かつ } (2i = j \text{ または } 3j = k)\}$. ただし $\Sigma_3 = \{a, b, c\}$ である。答えには $N_3 = \{S, V, X, Y, Z\}$ を用いよ。

(B) 以下に示す言語 L_4, L_5 は文脈自由言語であるか否か。証明せよ。

(4) $L_4 = \emptyset$.

(5) 有限個の有限長文字列から構成される空でない任意の言語 L_5 .

令和3年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和2年12月5日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (12/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
 Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

Answer the following questions (**【Q1】 【Q2】**) .

【Q1】 Consider a deterministic finite automaton with 2 states. For a deterministic finite automaton $M = (K, \Sigma, \delta, q_0, F)$, we define $K = \{q_0, q_1\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $F = \{q_0\}$, where K , Σ , δ , q_0 , and F represent the set of states, the alphabet, the transition function, the initial state, and the set of final states of M , respectively. Here, a and b are characters. By $\delta(p, x) = r$ ($p, r \in K$, $x \in \Sigma$), we represent that M reads character x , and transits from state p to state r . We denote by $L(M)$ the language that is accepted by M . We denote by $\|e(a, b)\|$ the language represented by a regular expression $e(a, b)$ over Σ . Answer the following questions.

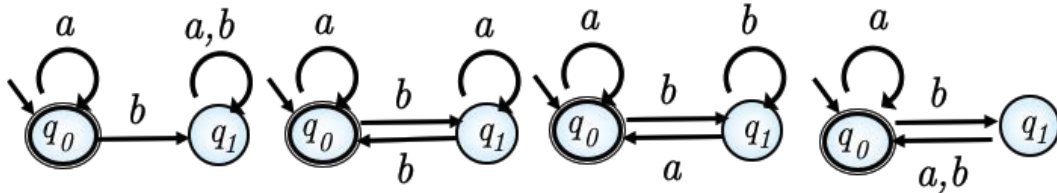


Figure 1: Four different automata M such that $\delta(q_0, a) = q_0$ and $\delta(q_0, b) = q_1$.

- (1) Figure 1 shows four different automata M such that $\delta(q_0, a) = q_0$ and $\delta(q_0, b) = q_1$. For each M in Figure 1, describe the strings in the language $L(M)$.
- (2) Let $\delta(q_0, a) = \delta(q_0, b) = q_1$. Give the state transition diagrams of possible finite-state automata M in a similar way as in Figure 1. In addition, for each M , describe the strings in the language $L(M)$.
- (3) For language $L = \|e(a, b)\|$, we call $\|e(b, a)\|$ the flipped language of L . For instance, let L_0 be the language which consists of strings that contain an even number of a 's. Then the flipped language of L_0 is the language which consists of strings that contain an even number of b 's.
 For each M with δ which is different from those in (1) and (2), describe the strings in the language $L(M)$ which is not the flipped language of a language in (1) or (2).

令和3年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和2年12月5日)
専門科目 (Specialized subjects)
(13/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【Q2】 We represent a context-free grammar by a quartet (N, Σ, P, S) , where N , Σ , P , and S represent the set of non-terminal symbols, the set of terminal symbols, the set of productions, and the start symbol, respectively. For a string over Σ and a terminal symbol $x \in \Sigma$, let $|w|_x$ denote the number of occurrences of x in w . Answer the following questions.

(A) For the following languages L_i ($i = 1, 2, 3$), give a set P_i of production rules of a context-free grammar (N_i, Σ_i, P_i, S) which generates L_i .

(1) $L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \geq 3\}$, where $\Sigma_1 = \{a, b\}$. Use $N_1 = \{S, X\}$ in your answer.

(2) $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \geq 2|w|_b\}$, where $\Sigma_2 = \{a, b\}$. Use $N_2 = \{S\}$ in your answer.

(3) $L_3 = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ and } (2i = j \text{ or } 3j = k)\}$, where $\Sigma_3 = \{a, b, c\}$. Use $N_3 = \{S, V, X, Y, Z\}$ in your answer.

(B) Prove whether each of the languages L_4 and L_5 is a context-free language, or not.

(4) $L_4 = \emptyset$.

(5) Any non-empty language L_5 which consists of a finite number of finite-length strings.

専門科目 (Specialized subjects)

(14/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

D. 【電磁気学 (Electromagnetism) 分野】

【問1】～【問3】から2問を選び、解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入せよ。

【問1】

- (1) 誘電率 ϵ_0 の真空中にある無限に長い半径 a の直線導線が単位長当たり λ の電荷を有している。電界分布を求めよ。
- (2) 誘電率 ϵ_0 の真空中に無限に長い半径 a の2本の直線導線が間隔 d ($d \gg a$) で平行に設置されている。単位長当たりの静電容量を求めよ。
- (3) 誘電率 ϵ の大気中に地上 h の高さに無限に長い半径 a の直線導線が設置されている。単位長当たりの静電容量を求めよ。
- (4) (3)で $h = 5.0$ m, $a = 1.0$ mm の場合に単位長当たりの静電容量を求めよ。ただし、大気の誘電率は $\epsilon = 8.85 \times 10^{-12}$ F/m であり、 $\log_e 10 = 2.3$ とする。

専門科目 (Specialized subjects)

(15/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【問2】 図2のような半径 a, b, c の3個の薄い同心球殻導体 A, B, C が真空中にある。AB 間は誘電率 ϵ_1, ϵ_2 の誘電体が左右半分ずつ満たされ、BC 間は誘電率 ϵ_3 の誘電体ですべて満たされている。真空中の誘電率を ϵ_0 とする。次の各問に答えよ。

- (1) 導体 B に電荷 Q を与えた場合、図に示す領域1 (導体 A と導体 B 間の左半分)、領域2 (導体 A と導体 B 間の右半分)、領域3 (導体 B と C の間)、および領域4 (導体 C の外側) における各電界の大きさを求めよ。
- (2) 導体 B の静電容量を求めよ。
- (3) 導体 B ではなく、導体 A に電荷 Q を与えた場合、導体 A の領域1に接する部分に分布する電荷量 Q_1 、および領域2に分布する電荷量 Q_2 を求めよ。
- (4) (3)の場合、領域1、領域2、領域3、および領域4の各電界の大きさを求めよ。
- (5) 導体 A の静電容量を求めよ。

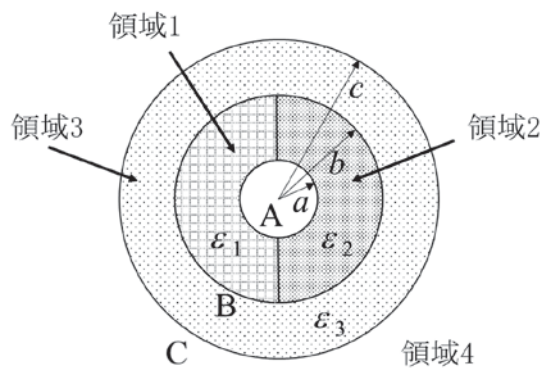


図2

専門科目 (Specialized subjects)

(16/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【問3】 以下の間に答えよ。

- (1) 図3(a)に示すような、長さ ℓ の直線導線ABに電流 I を流す。導線から距離 d の点Pに生じる磁界 H について考える。ただし、電流はBからAの向きに流すものとし、点PからABに下ろした垂線がABと交わる点をO、 $\angle PAO$ を θ_1 、 $\angle PBO$ を θ_2 とする。Oから距離 s の点Qにおける電流素片 $I ds$ が点Pに作る磁界 dH の向きと大きさを求めよ。ただし、 $\angle AQP$ を θ とおく。
- (2) 前問の結果を用いて、図3(a)のBAを流れる電流 I が点Pに作る磁界 H の向きと大きさを求めよ。
- (3) 次に図3(b)に示す様に導線ABに平行に、同じく長さ ℓ の直線導線CDを間隔 d 隔てて置き、BからAの向きに電流 I_1 、DからCの向きに電流 I_2 をそれぞれ流す。導線CD上で点Dから距離 x の点P'における微小区間 dx が受ける力 dF の向きと大きさを求めよ。
- (4) (3)において二本の導線間に作用する力 F の向きと大きさを求めよ。

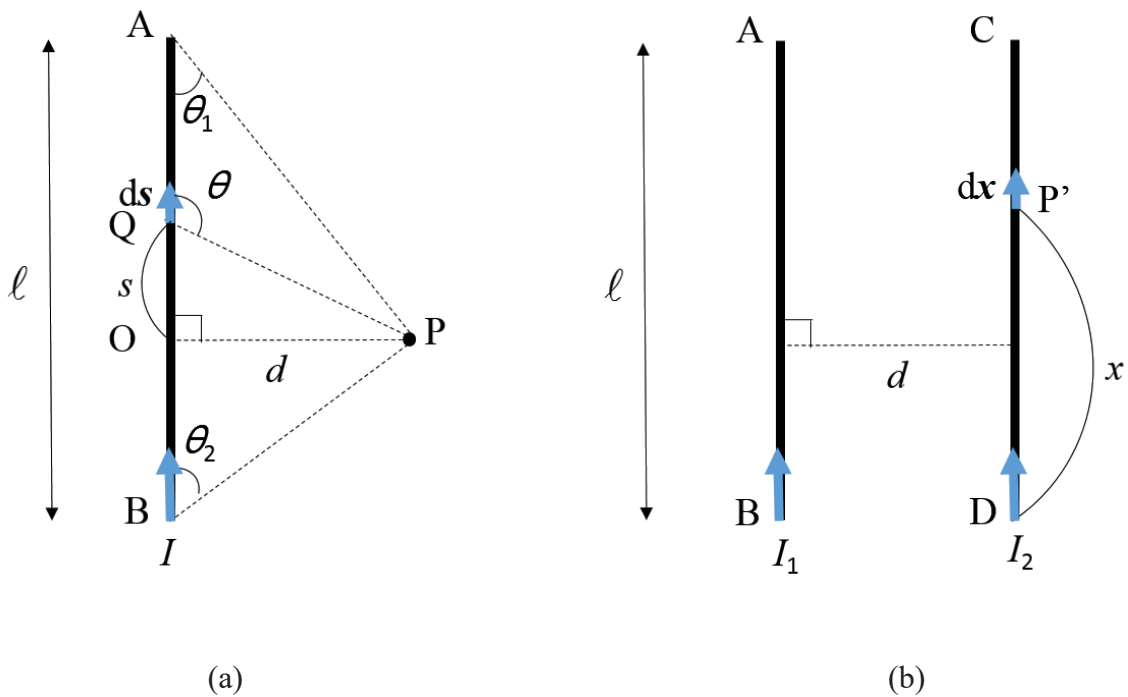


図3

専門科目 (Specialized subjects)

(17/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

Select two out of the three questions **【Q1】** ~ **【Q3】** and write the number of the selected question on the answer sheet.

【Q1】

- (1) In vacuum of permittivity ϵ_0 , there is an infinitely long straight wire of radius a that carries a charge λ per unit length. Give the electric field distribution.
- (2) In vacuum of permittivity ϵ_0 , there are two infinitely long straight wires of radius a placed parallel with a distance d ($d \gg a$). Give the capacitance per unit length.
- (3) In the air of permittivity ϵ , there is an infinitely long straight wire of radius a , which is located at a height h above the ground. Give the capacitance per unit length.
- (4) In the case of (3), give the capacitance per unit length for $h = 5.0$ m, $a = 1.0$ mm, where permittivity of air $\epsilon = 8.85 \times 10^{-12}$ F/m and $\log_e 10 = 2.3$.

専門科目 (Specialized subjects)

(18/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【Q2】 As shown in Fig.2, three thin concentric spherical shell conductors A, B and C with radii a , b and c are located in vacuum space. Dielectric with electric permittivity ϵ_1 is filled in the left half part of the area between the conductors A and B. Dielectric with electric permittivity ϵ_2 is filled in the right half part of the area. Dielectric with electric permittivity ϵ_3 is filled in the space between the conductors B and C. Electric permittivity in vacuum is ϵ_0 . Answer the following questions.

- (1) When electric charge Q is applied to the conductor B, give the magnitude of electric fields of the region 1 (the left half part of the area between the conductors A and B), the region 2 (the right half part of the area between the conductors A and B), the region 3 (the spherical shell between B and C) and the region 4 (outside of the conductor C), respectively.
- (2) Give the capacitance of the conductor B.
- (3) When an electric charge Q is applied to the conductor A, not to the conductor B, give charge quantity Q_1 distributed on the conductor A in contact with the region 1 and charge quantity Q_2 distributed on the conductor A in contact with the region 2.
- (4) In the case of (3), give the magnitude of each electric field in the region 1, the region 2, the region 3 and the region 4, respectively.
- (5) Give the capacitance of the conductor A.

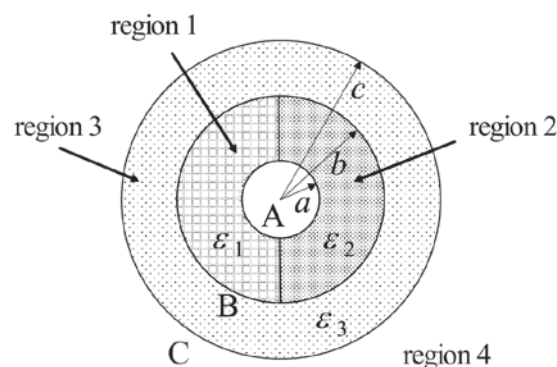


Fig. 2

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【Q3】 Answer the following questions.

- (1) As shown in Fig. 3(a), a current I flows through the straight conductor AB of length ℓ . Consider the magnetic field \mathbf{H} at the point P of the distance d from the conductor. The current flows in the direction from B to A. O is the point where the perpendicular line from point P intersects with AB, θ_1 is the angle $\angle PAO$, and θ_2 is the angle $\angle PBO$, respectively. Find the direction and magnitude of the magnetic field $d\mathbf{H}$ generated at point P by a piece of current $I ds$ at point Q with a distance s from O, where the angle $\angle AQP$ is θ .
- (2) Using the previous results, find the direction and magnitude of the magnetic field \mathbf{H} generated at point P by the current I flowing through BA in Fig. 3(a).
- (3) Next, in parallel to the conductor AB, straight conductor CD of the same length ℓ is placed at intervals d as shown in Fig. 3(b), where the current I_1 flows from B to A and the current I_2 flows from D to C, respectively. Find the direction and magnitude of the force $d\mathbf{F}$ experienced by the short interval dx at point P' which is in distance x from point D on the conductor CD.
- (4) In the case of (3), find the direction and magnitude of the force \mathbf{F} acting between the two conductors.

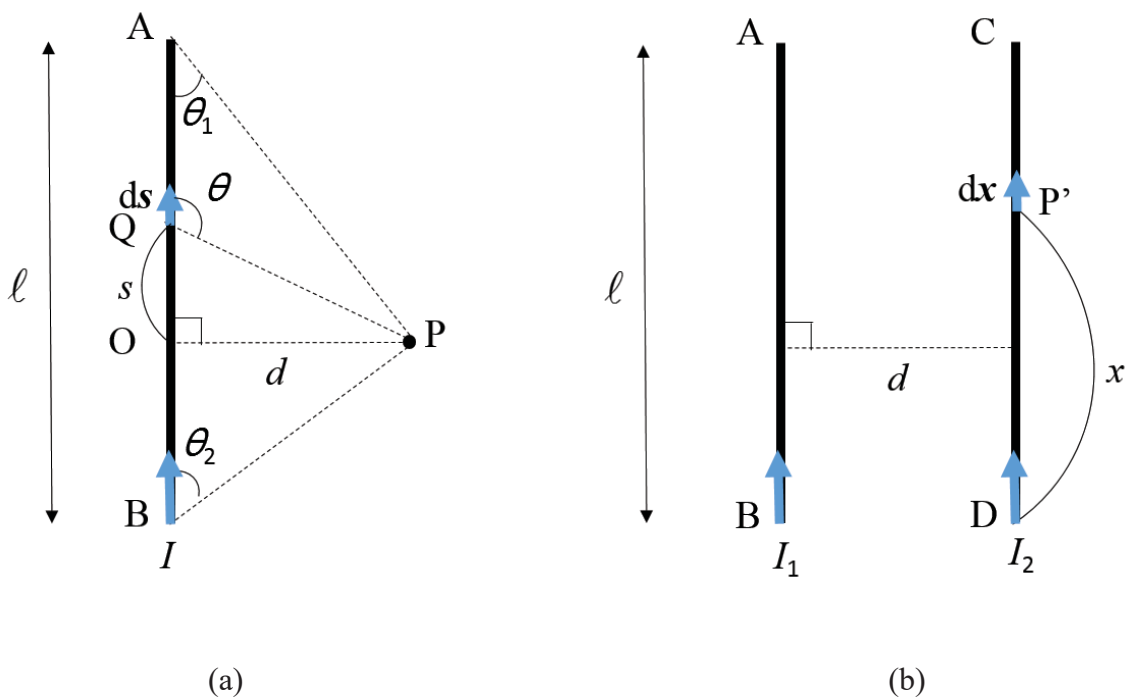


Fig. 3

専門科目 (Specialized subjects)

(20/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

E. 【アルゴリズム／プログラミング (Algorithms and programming) 分野】

次の各問い (【問1】【問2】) に答えよ。

【問1】 2つの数の加算、乗算および大小比較は各々単位時間で行えるものとする。以下の各問いに答えよ。

(1) 与えられた $d_1 \times d_2$ 行列 A と $d_2 \times d_3$ 行列 B に対し、アルゴリズム1はそれらの積 $C = AB$ を求める。アルゴリズム1の時間計算量を答えよ。

アルゴリズム1.

入力: $d_1 \times d_2$ 行列 $A = (a_{ij})$ と $d_2 \times d_3$ 行列 $B = (b_{ij})$

```
1 for  $i \leftarrow 1$  to  $d_1$ 
2   for  $j \leftarrow 1$  to  $d_3$ 
3      $c_{ij} \leftarrow 0$ 
4     for  $k \leftarrow 1$  to  $d_2$ 
5        $c_{ij} \leftarrow c_{ij} + a_{ik}b_{kj}$ 
6 return  $C = (c_{ij})$ 
```

(2) 10×100 行列 A と 100×1 行列 B と 1×100 行列 C と 100×10 行列 D が与えられたとき、積 $E = ABCD$ をアルゴリズム1をサブルーチンとして用いて求めたい。

(a) 数式 $E = (A(BC))D$ で表される積の順に従う場合、行列 E の計算における加算と乗算の回数の合計を答えよ。

(b) E の計算にかかる時間が最小となる積の順を、問(a)に倣った数式で記述せよ。また、その積の順に従う E の計算における加算と乗算の回数の合計を答えよ。

(3) M_i ($i = 1, \dots, n$) は $d_i \times d_{i+1}$ 行列とし、積 $X = M_1 \cdots M_n$ をアルゴリズム1を用いて求めたい。積 X の計算について、すべての積の順の中で最小の時間計算量をアルゴリズム2が与えることを証明せよ。またアルゴリズム2の時間計算量を答えよ。

アルゴリズム2.

入力: 正整数 d_1, \dots, d_{n+1}

```
1 for  $j \leftarrow 1$  to  $n$ 
2    $f(j, j) \leftarrow 0$ 
3 for  $i \leftarrow 1$  to  $n$ 
4   for  $j \leftarrow 1$  to  $n - i$ 
5      $f(j, j + i) \leftarrow \min_{j \leq k < j+i} \{f(j, k) + f(k + 1, j + i) + d_j d_{k+1} d_{j+i+1}\}$ 
6 return  $f(1, n)$ 
```

令和3年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和2年12月5日)
専門科目 (Specialized subjects)
(21/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【問2】 図1はPython言語で書かれたマージソートのプログラムである。図1の32行目で下記の入力が与えられている。次の問いに答えよ。

```
32: list_input = [8, 3, 6, 5, 2, 7, 4, 1]
```

- (1) `merge_sort` は、リスト `result` の要素を `start` から `end` の範囲で昇順に並び替える関数である。空欄 (A)-(G) を埋め、関数 `merge_sort` を完成せよ。
- (2) `sort` は、リスト `list_input` の要素を昇順に並び替える関数である。関数 `sort` が呼び出されて完了するまでに、関数 `merge` が呼び出される回数を答えよ。また、関数 `merge` に与えられる実引数のリスト `copy` と `result` の要素を関数 `merge` の呼び出しごとに答えよ。
- (3) 8行目から11行目の文を削除した場合を想定する。関数 `sort` が呼び出された時、リスト `list_input` の要素は、昇順に並び替えられているか否かを答えよ。また、関数 `sort` が実行完了するまでに、関数 `merge_sort` が呼び出される回数を答えよ。
- (4) 関数 `sort` を、リスト `list_input` を降順に並び替えるように変更したい。行番号を示しながら、変更すべき式と、その内容を記せ。

専門科目 (Specialized subjects)

(22/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

```
1 def sort (list_input):
2     copy = list(list_input)
3     merge_sort(copy, list_input, 0, len(list_input)-1)
4
5 def merge_sort(copy, result, start, end):
6     if end - start < 1:
7         return
8     if end - start == 1:
9         if result[start] > result[end]:
10            result[start], result[end] = result[end], result[start]
11        return
12
13    mid = int((end + start) / 2)
14    merge_sort(result, copy, (A), (B))
15    merge_sort(result, copy, (C), (D))
16    merge(copy, result, (E), (F), (G))
17
18 def merge(copy, result, start, end, mid):
19    i = start
20    j = mid
21    idx = start
22
23    while idx <= end:
24        if j > end or (i < mid and copy[i] < copy[j]):
25            result[idx] = copy[i]
26            i += 1
27        else:
28            result[idx] = copy[j]
29            j += 1
30        idx += 1
31
32 list_input = [8, 3, 6, 5, 2, 7, 4, 1]
33 sort(list_input)
34 print(list_input)
```

図1 (Figure 1)

令和3年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和2年12月5日)
専門科目 (Specialized subjects)
(23/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

Answer the following questions (**【Q1】 【Q2】**).

【Q1】 Suppose that each of additions, multiplications and comparisons of two numbers takes a unit time. Answer the following questions.

(1) Given a $d_1 \times d_2$ matrix A and a $d_2 \times d_3$ matrix B , Algorithm 1 computes the product $C = AB$. Show the time complexity of Algorithm 1.

Algorithm 1.

Input: $d_1 \times d_2$ matrix $A = (a_{ij})$ and $d_2 \times d_3$ matrix $B = (b_{ij})$

```
1  for  $i \leftarrow 1$  to  $d_1$ 
2      for  $j \leftarrow 1$  to  $d_3$ 
3           $c_{ij} \leftarrow 0$ 
4          for  $k \leftarrow 1$  to  $d_2$ 
5               $c_{ij} \leftarrow c_{ij} + a_{ik}b_{kj}$ 
6  return  $C = (c_{ij})$ 
```

(2) Given a 10×100 matrix A , a 100×1 matrix B , a 1×100 matrix C and a 100×10 matrix D , we wish to compute $E = ABCD$ using Algorithm 1 as a subroutine.

(a) Show the total number of additions and multiplications in the computation of E according to the multiplying order represented by the equation $E = (A(BC))D$.

(b) Show in the form of an equation similar to that in the question (a) the multiplying order of E minimizing the execution time. Also, show the total number of additions and multiplications in the computation of E according to the order.

(3) We wish to compute $X = M_1 \cdots M_n$ using Algorithm 1 where M_i is a $d_i \times d_{i+1}$ matrix for each $i = 1, \dots, n$. Prove that Algorithm 2 finds the minimum time complexity over the multiplying orders of X . Also, show the time complexity of Algorithm 2.

Algorithm 2.

Input: positive integers d_1, \dots, d_{n+1}

```
1  for  $j \leftarrow 1$  to  $n$ 
2       $f(j, j) \leftarrow 0$ 
3  for  $i \leftarrow 1$  to  $n$ 
4      for  $j \leftarrow 1$  to  $n - i$ 
5           $f(j, j + i) \leftarrow \min_{j \leq k < j+i} \{f(j, k) + f(k + 1, j + i) + d_j d_{k+1} d_{j+i+1}\}$ 
6  return  $f(1, n)$ 
```

令和3年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和2年12月5日)
専門科目 (Specialized subjects)
(24/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【Q2】 Figure 1 shows a program written in Python which implements the merge sort. The following input is given at line 32 in Figure 1. Answer the following questions.

```
32: list_input = [8, 3, 6, 5, 2, 7, 4, 1]
```

- (1) `merge_sort` is a function that sorts the elements of list `result` in the range from `start` to `end` in ascending order. Fill in the blanks from (A) to (G) to complete function `merge_sort`.
- (2) `sort` is a function that sorts the elements of list `list_input` in ascending order. Answer how many times the function `merge` will have been called by the time the function `sort` has executed to completion. In addition, show the elements of lists `copy` and `result` that are given as actual arguments to the function `merge` each time when the function `merge` is called.
- (3) Suppose that the statements from line 8 to line 11 are deleted. Answer whether or not the function `sort` can sort the elements of the list `result` in ascending order. In addition, answer how many times the function `merge_sort` will have been called by the time the function `sort` has executed to completion.
- (4) To make function `sort` sort the elements in the list `list_input` in descending order, which lines should be modified? Indicate the line numbers that need to be modified and explain how to modify them.

令和3年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和2年12月5日)
専門科目 (Specialized subjects)
(25/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

```
1 def sort (list_input):
2     copy = list(list_input)
3     merge_sort(copy, list_input, 0, len(list_input)-1)
4
5 def merge_sort(copy, result, start, end):
6     if end - start < 1:
7         return
8     if end - start == 1:
9         if result[start] > result[end]:
10            result[start], result[end] = result[end], result[start]
11        return
12
13    mid = int((end + start) / 2)
14    merge_sort(result, copy, (A), (B))
15    merge_sort(result, copy, (C), (D))
16    merge(copy, result, (E), (F), (G))
17
18 def merge(copy, result, start, end, mid):
19    i = start
20    j = mid
21    idx = start
22
23    while idx <= end:
24        if j > end or (i < mid and copy[i] < copy[j]):
25            result[idx] = copy[i]
26            i += 1
27        else:
28            result[idx] = copy[j]
29            j += 1
30        idx += 1
31
32 list_input = [8, 3, 6, 5, 2, 7, 4, 1]
33 sort(list_input)
34 print(list_input)
```

図1 (Figure 1)

専門科目 (Specialized subjects)

(26/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

F. 【計算機アーキテクチャ(Computer architecture) 分野】

次の各問い (【問1】～【問3】) に答えよ。

【問1】 与えられた真理値表で表される論理関数 $F(a, b, c, d)$ が以下の論理式を満たす時、論理関数 $G(X, Y, Z, W)$ の最簡積和形を示せ。ただし、最簡積和形とは積和形論理式のうち、積項数が最小のものを指す。積項数が等しい積和形論理式が複数ある場合にはそのなかでリテラル数が最小のものを指す。

a	b	c	d	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

$$X = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{b}d + ab\bar{d}$$

$$Y = \bar{a}c\bar{d} + bcd + \bar{a}\bar{b}d + a\bar{c}\bar{d}$$

$$Z = \bar{a}b\bar{c} + b\bar{c}d + \bar{b}d$$

$$W = \bar{a}b\bar{d} + abd + cd + \bar{a}c$$

$$F(a, b, c, d) = G(X, Y, Z, W)$$

専門科目 (Specialized subjects)

(27/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【問2】 5つのステージからなるパイプライン式データパスを有するマイクロプロセッサについて考える。実装されたパイプラインステージは、IF (命令取得)、ID (命令デコード)、EX (実行)、MEM (メモリアクセス)、ならびに、WB (ライトバック) である。以下の各問いに答えよ。

- (1) IF, ID, EX, MEM, WB の遅延時間は、それぞれ、240 ps, 400 ps, 200 ps, 250 ps, 180 ps である。このデータパスの最大動作周波数を答えよ (単位は GHz)。
- (2) IF, ID, EX, MEM, WB のいずれか 1 つを 2 つのステージに分割し、パイプラインステージ数を 5 から 6 へと増加することを考える。ここで、分割された各パイプラインステージの遅延時間は、分割前のパイプラインステージの遅延時間の半分になると仮定する。パイプラインの動作周波数を最大にするために分割すべきパイプラインステージを選択せよ。また、この設計最適化により達成できる最大動作周波数を答えよ (単位は GHz)。
- (3) あるプログラムの実行において、上記 (2) のパイプラインステージの分割により CPI (Clock cycles Per Instruction) が 10 % 増加した。ここで、パイプラインステージ分割は CPI の増加以外の悪影響は生じないと仮定する。このパイプラインステージ分割によって得られた性能向上比を答えよ。
- (4) パイプライン段数を増加することの利点と欠点を説明せよ。

【問3】 キャッシュタグ・フィールド、キャッシュインデックス・フィールド、キャッシュブロックオフセット・フィールドからなる 32 ビットのメモリアドレスを入力とするダイレクトマップ・キャッシュメモリについて考える。バイトアドレッシング方式を採用しており、1 語は 4 バイト、キャッシュサイズは 16 キロバイト、キャッシュブロックサイズは 32 バイトとする。キャッシュタグ・フィールドのビット幅を答えよ。

専門科目 (Specialized subjects)

(28/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

Answer the following questions (【Q1】～【Q3】).

【Q1】 Let $F(a, b, c, d)$ be a logic function whose truth table is shown below. When the following logic equations hold, show the minimum sum of products form of the logic function $G(X, Y, Z, W)$. The minimum sum of products form of a logic function f has the smallest number of product terms among those which represent f . If there are more than one forms having the smallest number of product terms, forms with the minimum number of literals are chosen.

a	b	c	d	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

$$X = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{b}d + ab\bar{d}$$

$$Y = \bar{a}c\bar{d} + bcd + a\bar{b}d + a\bar{c}\bar{d}$$

$$Z = \bar{a}b\bar{c} + b\bar{c}d + \bar{b}d$$

$$W = \bar{a}b\bar{d} + abd + cd + \bar{a}c$$

$$F(a, b, c, d) = G(X, Y, Z, W)$$

令和3年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和2年12月5日)
専門科目 (Specialized subjects)
(29/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【Q2】 Let us consider a microprocessor that has a 5-stage pipelined datapath. The implemented pipeline stages are IF (Instruction Fetch), ID (Instruction Decode), EX (EXecution), MEM (MEMory access), and WB (Write Back). Answer the following questions.

- (1) The latency of pipeline stages, IF, ID, EX, MEM, and WB, is 240 ps, 400 ps, 200 ps, 250 ps, and 180 ps, respectively. Answer the maximum clock frequency of this datapath (unit is GHz).
- (2) Consider increasing the number of pipeline stages from 5 to 6 by partitioning a single pipeline stage, IF, ID, EX, MEM, or WB, to two stages. Assume the latency of the partitioned pipeline stages is half of that of the original stage. Choose one pipeline stage that should be partitioned for maximising the clock frequency of the datapath, and answer the maximum clock frequency we can achieve by this design optimization (unit is GHz).
- (3) For the execution of a program, the pipeline stage partitioning presented in (2) caused 10 % increase in CPI (Clock cycles Per Instruction). Assume there are no negative effects caused by the pipeline stage partitioning except for the CPI increase. Answer the performance improvement rate achieved by applying the pipeline stage partitioning.
- (4) Explain the advantages and disadvantages of increasing the number of pipeline stages.

【Q3】 Consider a direct-mapped cache memory that accepts a 32-bit memory address consisting of a cache tag field, a cache index field, and a cache block offset field. Suppose a byte-addressing scheme, the word size is 4 bytes, the cache size is 16 Kilo-bytes, and the cache block size is 32 bytes. Answer the bit-width of the cache tag field.