

九州大学大学院システム情報科学府

情報理工学専攻

令和6年度入学試験問題

【令和5年8月29日（火）、30日（水）】

数学 (Mathematics)

(7枚中の1)

解答上の注意 (Instructions):

- 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。

Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.

- 問題用紙は表紙を含め7枚、解答用紙は3枚つづり(1分野につき1枚)である。

You are given 7 problem sheets including this cover sheet, and 3 answer sheets (1 sheet for each field).

- 線形代数、解析学・微積分の2分野に加えて、ベクトル解析および確率・統計から1分野を選択し、合計3分野について解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする。

Answer three fields in total, including Linear algebra and Analysis and calculus, and either Vector analysis or Probability and statistics. You must use a separate answer sheet for each of the fields you selected.

	分野	field	page
1	線形代数	Linear algebra	2
2	解析学・微積分	Analysis and calculus	4
3	ベクトル解析	Vector analysis	6
4	確率・統計	Probability and statistics	7

- 解答用紙の全部に、専攻名、受験番号および氏名を記入すること。3枚目の解答用紙については、選択した分野番号(3または4)を○で囲むこと。

Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the department name, your examinee number and your name. Mark the selected field number (3 or 4) with a circle on the third answer sheet.

- 解答は解答用紙に記入すること。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが、その場合は、裏面に解答があることを明記すること。

Write your answers on the answer sheets. You may use the backs of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate it clearly on the sheet.

- 解答は、日本語、英語のいずれかで記入すること。

Your answers must be written in Japanese or English.

数学 (Mathematics)

(7枚中の2)

分野毎に解答用紙を別にする事。
Use a separate answer sheet for each field.

1. 【線形代数 (Linear algebra) 分野】

$m \times n$ 実行列 A と m 次元実ベクトル \mathbf{b} に対して, $S = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid A\mathbf{x} = \mathbf{b}\}$, $f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ を定義する. このとき, 以下の問いに答えよ. ただし, 以下の事実は証明なしに用いてよい.

事実. \mathbb{R} 上のベクトル空間 (線形空間) V の部分集合 W が V の部分空間である必要十分条件は以下の条件が満たされることである.

C1. $\mathbf{0} \in W$.

C2. $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in W$ ならば $\mathbf{u} + \mathbf{v} \in W$.

C3. $\mathbf{u} \in W, c \in \mathbb{R}$ ならば $c\mathbf{u} \in W$.

(1) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 8 & 24 & 24 \\ 0 & 2 & 6 & 6 \end{bmatrix}$ であるとき, f の核 $\text{Ker}(f)$ の次元と基底を一組求めよ.

(2) 一般に $\text{Ker}(f)$ が \mathbb{R}^n の部分空間であることを示せ.

(3) S が \mathbb{R}^n の部分空間であるとき, $\mathbf{b} = \mathbf{0}$ であることを示せ.

(4) S が \mathbb{R}^n の部分空間, A が正方行列であるとする. このとき, A が正則行列であるならば, $S = \{\mathbf{0}\}$ であることを示せ.

数学 (Mathematics)

(7枚中の3)

分野毎に解答用紙を別にする事。
Use a separate answer sheet for each field.

For an $m \times n$ real matrix A and an m -dimensional real vector \mathbf{b} , define $S = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid A\mathbf{x} = \mathbf{b}\}$ and $f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$. Answer the following questions. Note that the following fact can be used without proof.

Fact. A subset W of a vector space (linear space) V over \mathbb{R} is a subspace of V if and only if the following conditions hold.

C1. $\mathbf{0} \in W$.

C2. If $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in W$, then $\mathbf{u} + \mathbf{v} \in W$.

C3. If $\mathbf{u} \in W$ and $c \in \mathbb{R}$, then $c\mathbf{u} \in W$.

- (1) When $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 8 & 24 & 24 \\ 0 & 2 & 6 & 6 \end{bmatrix}$, find the dimension of the kernel $\text{Ker}(f)$ of f and a basis of the kernel.
- (2) Show $\text{Ker}(f)$ is a subspace of \mathbb{R}^n in general.
- (3) Suppose that S is a subspace of \mathbb{R}^n . Show $\mathbf{b} = \mathbf{0}$.
- (4) Suppose that S is a subspace of \mathbb{R}^n and A is a square matrix. Show $S = \{\mathbf{0}\}$ if A is invertible.

数学 (Mathematics)

(7枚中の4)

分野毎に解答用紙を別にする事。
Use a separate answer sheet for each field.

2. 【解析学・微積分 (Analysis and calculus) 分野】

(1) 積分

$$I = \int_0^{\infty} x^5 \exp(-x^4) dx$$

を計算せよ。ただし、 $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-x^2) dx = \sqrt{\pi}$ を証明なしに用いてよい。

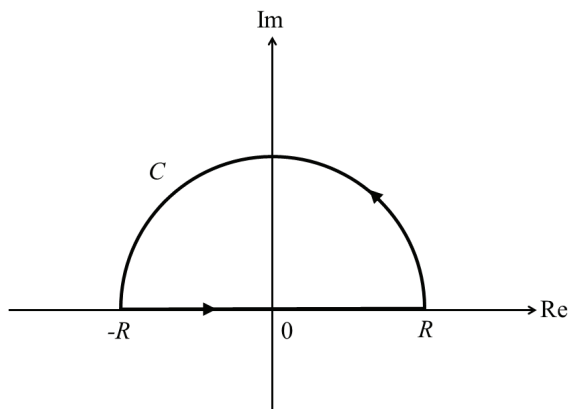
(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ。

$$\frac{dy}{dx} + y = x \sinh x$$

(3) 複素関数 $f(z) = \frac{1}{z^4 + 1}$ を考える。次の各問いに答えよ。

(a) $f(z)$ の極をすべて求めよ。

(b) 下図に示す半円 C に沿った複素積分 $\int_C f(z) dz$ を求めよ。ただし、 $R > 1$ とする。



数学 (Mathematics)

(7枚中の5)

分野毎に解答用紙を別にする事。
Use a separate answer sheet for each field.

- (1) Calculate the integral

$$I = \int_0^{\infty} x^5 \exp(-x^4) dx,$$

where you can use $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-x^2) dx = \sqrt{\pi}$ without proving it.

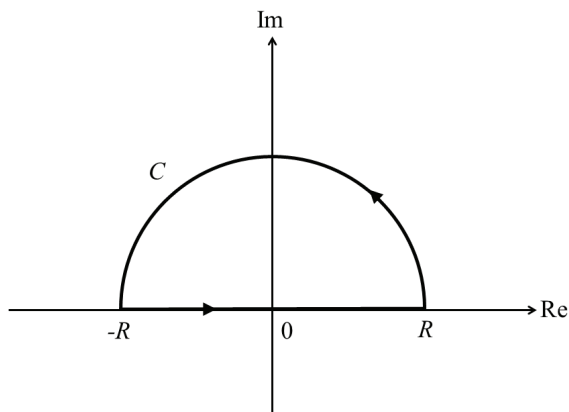
- (2) Find the general solution to the following differential equation.

$$\frac{dy}{dx} + y = x \sinh x.$$

- (3) Consider the complex function $f(z) = \frac{1}{z^4 + 1}$. Answer the following questions.

(a) Find all the poles of $f(z)$.

(b) Calculate the complex integral $\oint_C f(z) dz$, where C is a semicircle as shown in the figure below, and $R > 1$.



数学 (Mathematics)

(7枚中の6)

分野毎に解答用紙を別にする事。
Use a separate answer sheet for each field.

3. 【ベクトル解析 (Vector analysis) 分野】

直交座標系において、 x , y 軸方向の単位ベクトルをそれぞれ \mathbf{i} , \mathbf{j} とする。次の (1), (2) に示すベクトル場 \mathbf{F} と経路 C について、線積分 $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ をそれぞれ求めよ。

- (1) ベクトル場 \mathbf{F} を $\mathbf{F} = (2xy^3 - y)\mathbf{i} + (3x^2y^2 - x)\mathbf{j}$ とし、経路 C を曲線 $y^3 + x^2 - 2xy = 1$ の点 $(-13, -4)$ から点 $(5, -4)$ までの部分とする。
- (2) ベクトル場 \mathbf{F} を $\mathbf{F} = (3e^{2x} + 4y)\mathbf{i} + (x + 7ye^y)\mathbf{j}$ とする。経路 C は、点 $P(0, 0)$, 点 $Q(2, 2)$, 点 $R(4, 6)$, 点 $S(1, 3)$ を頂点とする四辺形で、 P, Q, R, S, P の順に向きづけられているとする。

The unit vectors on x and y axes of Cartesian coordinates are denoted by \mathbf{i} and \mathbf{j} , respectively. Find each line integral $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ of the vector field \mathbf{F} along the path C defined in (1) and (2).

- (1) Let $\mathbf{F} = (2xy^3 - y)\mathbf{i} + (3x^2y^2 - x)\mathbf{j}$, and C be the curve $y^3 + x^2 - 2xy = 1$ from $(-13, -4)$ to $(5, -4)$.
- (2) Let $\mathbf{F} = (3e^{2x} + 4y)\mathbf{i} + (x + 7ye^y)\mathbf{j}$, and C be the quadrilateral with vertices at points $P(0, 0)$, $Q(2, 2)$, $R(4, 6)$ and $S(1, 3)$, which is directed from P to Q , Q to R , R to S and S to P .

数学 (Mathematics)

(7枚中の7)

分野毎に解答用紙を別にする事。
Use a separate answer sheet for each field.

4. 【確率・統計 (Probability and statistics) 分野】

箱の中に N_1 個の白いボールと N_2 個の黒いボールがあり、その総数を $N = N_1 + N_2$ とする。この箱から2つのボールをランダムに選び、両方が白いボールである確率は $1/2$ であるとする。

- (1) N_2 が奇数のとき N_1 の最小値を求めよ。
- (2) N_2 が偶数のとき N_1 の最小値を求めよ。
- (3) N を値の小さい順に3つ求めよ。

A box contains N_1 white and N_2 black balls, and the total number of balls is $N = N_1 + N_2$. When two balls are randomly drawn from the box, the probability that both balls are white is $1/2$.

- (1) Find the minimum value of N_1 when N_2 is an odd number.
- (2) Find the minimum value of N_1 when N_2 is an even number.
- (3) Find the three smallest values of N .

専門科目 (Specialized subjects)

(1/27)

解答上の注意 (Instructions):

- 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。
Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.
- 問題用紙は表紙を含め 27 枚, 解答用紙は 3 枚つづり 2 部 (1 分野につき 1 部) である。
You are given 27 problem sheets including this cover sheet, and 2 sets of 3 answer sheets (1 set for each field).
- 以下の 6 分野から 2 分野を選び解答すること。解答用紙は 1 分野につき 1 部, 大問 1 つあたり 1 枚を使用すること。1 枚に大問 2 問以上の解答を書いてはならない。
Select 2 fields out of the following 6 fields and answer the questions. You must use a separate set of answer sheets for each of the fields you selected. One sheet in a set is for one question. You may not use one sheet for two or more questions.

	分野	field	page
A	電気回路	Circuit theory	2
B	情報理論	Information theory	6
C	オートマトンと言語	Automata and formal languages	8
D	電磁気学	Electromagnetism	14
E	アルゴリズム/プログラミング	Algorithms and programming	18
F	計算機アーキテクチャ	Computer architecture	24

- 解答用紙の全部に, 選択分野名, 受験番号, 氏名および問題番号を記入すること。
Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the selected field, your examinee number, your name, and the question number.
- 解答は解答用紙に記入すること。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが, その場合は, 裏面に解答があることを明記すること。
Write your answers on the answer sheets. You may use the backs of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate it clearly on the sheet.
- 解答は, 日本語, 英語のいずれかで記入すること。
Your answers must be written in Japanese or English.

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和5年8月29日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (2/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
 Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

A. 【電気回路 (Circuit theory) 分野】

【問1】～【問3】から2問を選び、解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入せよ。

【問1】 図1の回路について、以下の問いに答えよ。ただし、端子間には $e(t) = \sin 2t$ [V] の交流電圧が印加されているとする。

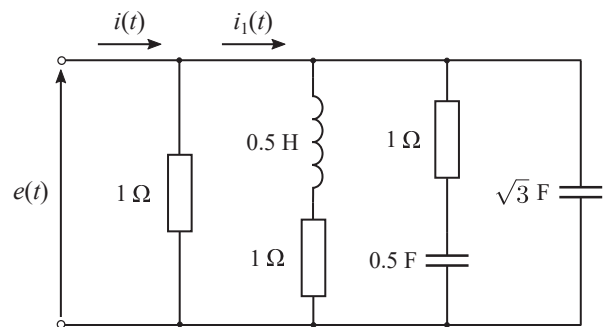


図1

- (1) 端子間のインピーダンスを求めよ。
- (2) 電流 $i(t)$ を求めよ。
- (3) $i(t), i_1(t)$ のフェーズ表記をそれぞれ I, I_1 としたとき、 $|\frac{I_1}{I}|$ はいくらになるか答えよ。

【問2】 図2の回路において、 Z_G を変えることで負荷インピーダンス Z_L で消費される電力を最大化したい。以下の問いに答えよ。ただし、 J は交流電流源であり、 Z_1 で表される二端子対網は以下に示すインピーダンス行列 (Z 行列) のように表されるとする。また、図内の破線で囲まれた部分に示された数値は全てインピーダンスを示すものである。

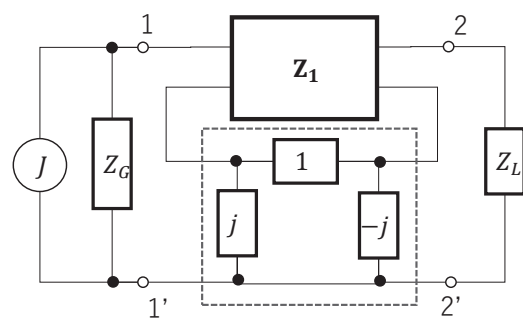


図2

$$Z_1 = \begin{pmatrix} 1+j & -1+\sqrt{7} \\ -1+\sqrt{7} & 1-j \end{pmatrix}$$

- (1) 破線で囲まれた部分を二端子対網と見なし、この部分に相当するアドミタンス行列 (Y 行列) Y_2 を求めよ。ただし、破線内の数値はインピーダンスであることに留意せよ。さらに 1-1' 端子と 2-2' 端子からなる二端子対網の Z 行列 Z_0 を求めよ。
- (2) 2-2' 端子から左側を見た出力インピーダンス Z_{out} を Z_G を含む式として求めよ。
- (3) $Z_L = 1 + j2$ のとき、 Z_L での消費電力が最大になる Z_G を求めよ。

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問3】 図3の回路について、以下の問いに答えよ。ただし、 $E = 5$ [V], $R_1 = 1$ [Ω], $R_2 = 2$ [Ω], $R_3 = 3$ [Ω], $R_4 = 4$ [Ω], $C = 2$ [F] であり、スイッチ S を閉じる前の回路は定常状態にあるとする。

- (1) 時刻 $t = 0$ でスイッチ S を閉じた直後の電荷量 $q(0)$ を求めよ。
- (2) $t > 0$ における電流 $i(t)$ を求めよ。

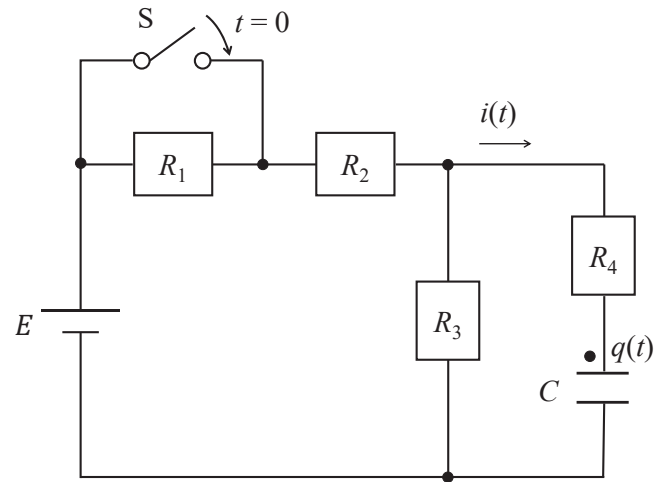


図3

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和5年8月29日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (4/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
 Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Select **two** out of the three questions **【Q1】** ~ **【Q3】** and write the number of the selected question on the answer sheet.

【Q1】 Consider the circuit shown in Fig. 1, where the alternating voltage $e(t) = \sin 2t$ [V] is applied to the terminals. Answer the following questions.

- (1) Find the impedance at the terminals.
- (2) Find the current $i(t)$.
- (3) The phaser expressions of $i(t)$ and $i_1(t)$ are I and I_1 , respectively. Find the value of $|\frac{I_1}{I}|$.

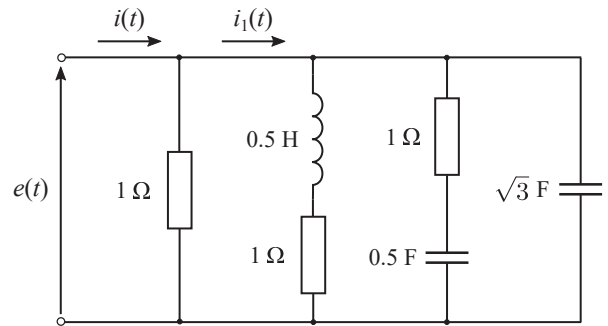


Fig. 1

【Q2】 Consider the circuit shown in Fig. 2. The objective is to maximize the power consumed at the load impedance Z_L by optimizing Z_G . Find the solution by answering to the following questions, where J is the alternative current source, and the two-port pair network represented by \mathbf{Z}_1 has the impedance matrix (Z -matrix) parameters as follows. Note that all values shown in the dashed line in the figure are impedances.

$$\mathbf{Z}_1 = \begin{pmatrix} 1 + j & -1 + \sqrt{7} \\ -1 + \sqrt{7} & 1 - j \end{pmatrix}$$

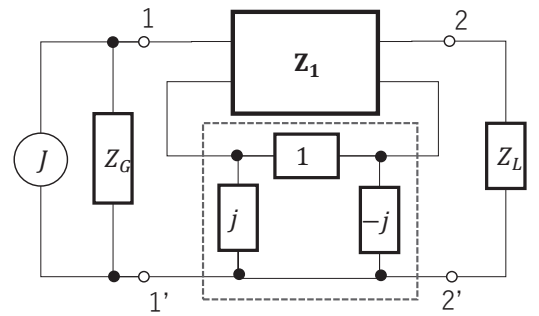


Fig. 2

- (1) Consider the area enclosed by the dashed line as a two-port pair network described by admittance matrix (Y -matrix) \mathbf{Y}_2 , and find \mathbf{Y}_2 , where note that all values in the dashed line are impedances. Furthermore, find the Z -matrix \mathbf{Z}_0 of the two-port pair network between 1-1' and 2-2' ports.
- (2) Find the output impedance Z_{out} considering left side from 2-2' port as an expression involving Z_G .
- (3) Find Z_G that maximizes power consumption at Z_L when $Z_L = 1 + j2$.

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和5年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(5/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q3】 Consider the circuit shown in Fig. 3, where $E = 5$ [V], $R_1 = 1$ [Ω], $R_2 = 2$ [Ω], $R_3 = 3$ [Ω], $R_4 = 4$ [Ω], $C = 2$ [F], and the circuit is in steady state before the switch S is closed.

- (1) Find the charge $q(0)$ just after the switch S is closed at $t = 0$.
- (2) Find the current $i(t)$ at $t > 0$.

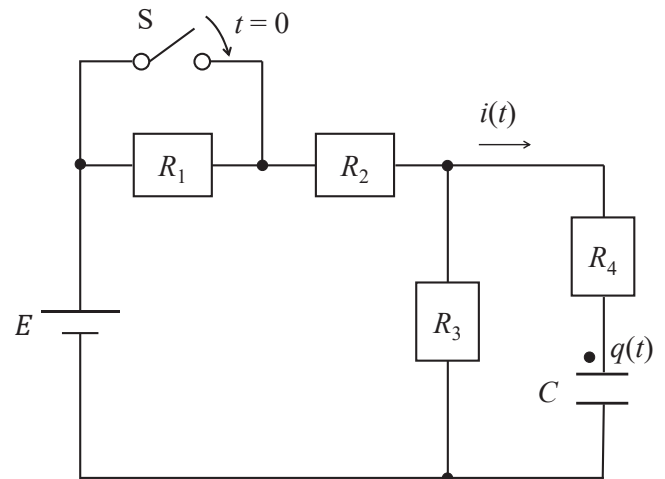


Fig. 3

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和5年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(6/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

B. 【情報理論 (Information theory) 分野】

次の各問い (【問1】【問2】) に答えよ。解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入すること。

【問1】 アルファベット $\{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6\}$ 上の無記憶情報源 S の符号化に関して、以下の問いに答えよ。ただし、符号語アルファベットを $\{0, 1\}$ とする。

- (1) 無記憶情報源 S に関して、各符号語長を 3, 3, 3, 2, 2, 2 とする符号が瞬時に復号可能になり得るかどうかを述べよ。なり得る場合、瞬時に復号可能な符号の一例を示せ。
- (2) 無記憶情報源 S に関して、各符号語長を 3, 3, 3, 3, 2, 2 とする符号が瞬時に復号可能になり得るかどうかを述べよ。なり得る場合、瞬時に復号可能な符号の一例を示せ。

以後の問いにおいて、無記憶情報源 S に関して、その確率分布が $P(s_1) = 0.18, P(s_2) = 0.2, P(s_3) = 0.3, P(s_4) = 0.13, P(s_5) = 0.11, P(s_6) = 0.08$ であるとする。次の問いに答えよ。

- (3) 無記憶情報源 S に関して、ハフマン符号化により符号化せよ。このときのハフマン符号化の符号の木を図示せよ。
- (4) ハフマン符号化により得られた符号の平均符号長を求めよ。

【問2】 アルファベット $\mathcal{X} = \{1, 2, 3\}$ 上の確率分布 p_1 と p_2 を

$$(p_1(1), p_1(2), p_1(3)) = (1, 0, 0)$$

$$(p_2(1), p_2(2), p_2(3)) = (0, b, 1 - b)$$

で定める。ただし、 $b \in (0, 1)$ を定数とする。 p_1 と p_2 の重み付き平均で表される確率分布 q のうち、 \mathcal{X} 上の一様分布 u との Kullback-Leibler ダイバージェンス

$$D(u||q) = \sum_{x \in \mathcal{X}} u(x) \log \frac{u(x)}{q(x)}$$

が最小となるものを求めよ。

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和5年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(7/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Answer the following questions (**【Q1】 【Q2】**) and write the number of the question on the answer sheet.

【Q1】 Consider coding of a memoryless information source S over the alphabet $\{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6\}$. Here, let the alphabet of codewords be $\{0, 1\}$. Answer the following questions.

- (1) Determine whether a code with codeword lengths of 3, 3, 3, 2, 2, 2 in the memoryless information source S can be instantaneously decodable or not. If it is possible, show an example of instantaneously decodable codes.
- (2) Determine whether a code with codeword lengths of 3, 3, 3, 3, 2, 2 in the memoryless information source S can be instantaneously decodable or not. If it is possible, show an example of instantaneously decodable codes.

Consider the memoryless information source S whose probability distribution is given as $P(s_1) = 0.18$, $P(s_2) = 0.2$, $P(s_3) = 0.3$, $P(s_4) = 0.13$, $P(s_5) = 0.11$, and $P(s_6) = 0.08$. Answer the following questions.

- (3) Construct a Huffman code of S and show its code tree.
- (4) Find the expected code length of the Huffman code.

【Q2】 Define probability distributions p_1 and p_2 over the alphabet $\mathcal{X} = \{1, 2, 3\}$ by

$$(p_1(1), p_1(2), p_1(3)) = (1, 0, 0),$$
$$(p_2(1), p_2(2), p_2(3)) = (0, b, 1 - b),$$

where $b \in (0, 1)$ is a constant. Find the weighted average q of p_1 and p_2 which minimizes the Kullback-Leibler divergence

$$D(u||q) = \sum_{x \in \mathcal{X}} u(x) \log \frac{u(x)}{q(x)}$$

between q and the uniform distribution u over \mathcal{X} .

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和5年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(8/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

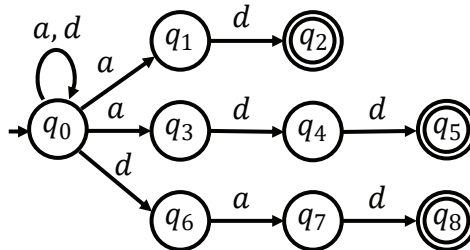
C. 【オートマトンと言語 (Automata and formal languages) 分野】

次の各問い（【問1】【問2】）に答えよ。解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入すること。

【問1】 アルファベット $\Sigma = \{a, d\}$ 上の言語 L を

$$L = \{w \in \Sigma^* \mid \text{ある } x \in \Sigma^* \text{ について } w \in \{xad, xadd, xdad\}\}$$

とする。以下の図は L を受理する非決定性有限オートマトン $M = (K, \Sigma, \delta, q_0, F)$ の状態遷移図である。ただし、 $K = \{q_0, q_1, \dots, q_8\}$, $\Sigma = \{a, d\}$, $\delta, q_0, F = \{q_2, q_5, q_8\}$ は、それぞれ M の状態の集合、アルファベット、遷移関数、初期状態、受理状態の集合を表す。次の各問いに答えよ。



- (1) L を受理する状態数4の非決定性有限オートマトンの状態遷移図を示せ。
- (2) L を表す正規表現を示せ。
- (3) L を受理する状態数4の決定性有限オートマトンの状態遷移図を示せ。
- (4) L を受理する決定性有限オートマトンの状態数は必ず4以上であることを証明せよ。

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和5年8月29日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (9/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
 Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問2】 アルファベット $\Sigma = \{\rightarrow, \leftarrow, \uparrow, \downarrow\}$ 上の文字列 $a = a[1]a[2]\cdots a[n]$ (各 i に対し $a[i] \in \Sigma$) に対し、2次元ベクトルの系列 $f(a) = (p[0], p[1], \dots, p[n])$ (各 i に対し $p[i] = (x[i], y[i])$, $x[i], y[i]$ は整数) を次のように定義する。 $p[0] = (0, 0)$ とし、各 $i = 1, 2, \dots, n$ に対し、

$$p[i] = \begin{cases} p[i-1] + (1, 0) & a[i] = \rightarrow \text{のとき,} \\ p[i-1] - (1, 0) & a[i] = \leftarrow \text{のとき,} \\ p[i-1] + (0, 1) & a[i] = \uparrow \text{のとき,} \\ p[i-1] - (0, 1) & a[i] = \downarrow \text{のとき.} \end{cases}$$

すなわち、 $f(a)$ は、原点からスタートして a の矢印の向きに従って2次元格子点上を遷移したときの軌跡を表す。また、各 $i = 1, 2, \dots, n$ に対し、 $|x[i]| + |y[i]| > |x[i-1]| + |y[i-1]|$ のとき ($a[i]$ によって原点から遠ざかる方向に遷移したとき) i を前進ステップ、そうでないとき ($a[i]$ によって原点に近づく方向に遷移したとき) i を後進ステップと呼び、文字列 a が往復的であることを、任意の後進ステップ i に対し、

$$i_0 = \max\{j \mid j \leq i-1, p[j] = p[i-1], j \text{ は前進ステップ}\}$$

が存在し、 $p[i] = p[i_0-1]$ が成り立つことと定義する。すなわち、往復的な文字列 a においては、後進ステップ i による $p[i-1]$ から $p[i]$ への遷移は、 i に対応する前進ステップ i_0 による $p[i_0-1]$ から $p[i_0]$ への遷移を逆にたどるものとなっている。往復的で $f(a)$ の最後の要素が原点であるような文字列 a からなる言語

$$L = \bigcup_{n \geq 0} \{a \in \Sigma^n \mid a \text{ は往復的}, p = f(a), p[n] = (0, 0)\}$$

について、次の各問いに答えよ。

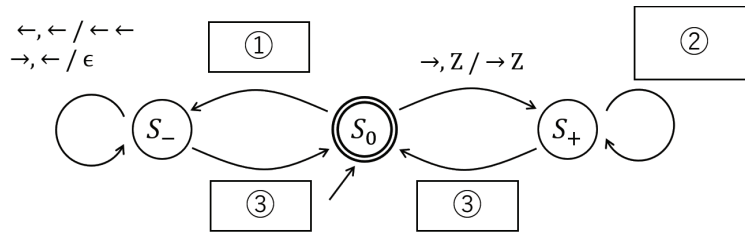
(1) 以下の文字列 a_1, a_2, a_3, a_4 が L の要素であるか否かをそれぞれ判定せよ。

$$\begin{aligned} a_1 &= \uparrow \uparrow \downarrow \rightarrow \downarrow \uparrow \leftarrow \downarrow & a_2 &= \rightarrow \rightarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \uparrow \downarrow \rightarrow \\ a_3 &= \downarrow \leftarrow \uparrow \rightarrow & a_4 &= \leftarrow \uparrow \uparrow \downarrow \leftarrow \rightarrow \downarrow \leftarrow \downarrow \uparrow \end{aligned}$$

(2) 次の図は、アルファベットを $\{\rightarrow, \leftarrow\}$ に限定した言語 $L \cap \{\rightarrow, \leftarrow\}^*$ を最終状態によって受理するプッシュダウンオートマトン (PDA) の状態遷移図の一部である。空欄①, ②, ③を埋めよ。(2か所の③には同じものが入る.)

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和5年8月29日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (10/27)

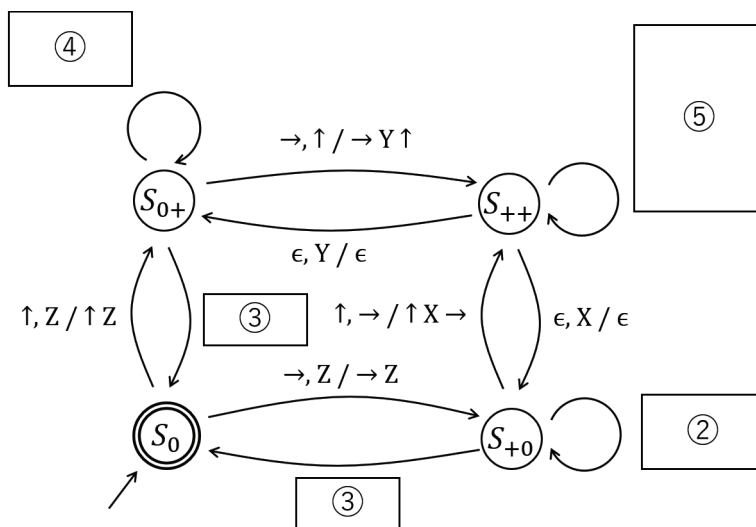
6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
 Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.



遷移規則 $a, b / s$ は、遷移元の状態で読んだ入力文字が a 、スタックの先頭文字が b のとき、遷移先の状態に遷移し、スタックの先頭を文字 b から文字列 s に置き換える動作を表す。ただし、 ϵ は空文字列を表す。初期状態では、スタックは、空であることを表す特殊文字 Z のみを保持しているとする。 S_0 は初期状態であり唯一の最終状態でもある。

ヒント：状態 S_0, S_+, S_- は、それぞれ、 $x[i] = 0, x[i] > 0, x[i] < 0$ であることを表す。

- (3) 次の図は、言語 L を最終状態で受理する PDA の状態遷移図の一部である。ただし、②と③は、(2) で求めたものと同じである。④と⑤を埋めよ。



ヒント：この PDA は、 $x[i]$ と $y[i]$ の全ての符号の組に対応する 9 個の状態を持つ。このうち、 $x[i] = y[i] = 0$ を表す状態 S_0 (初期状態であり唯一の最終状態でもある)、 $x[i] = 0, y[i] > 0$ を表す状態 S_{0+} 、 $x[i] > 0, y[i] = 0$ を表す状態 S_{+0} 、 $x[i] > 0, y[i] > 0$ を表す状態 S_{++} の 4 つの状態間の状態遷移図のみ示してある。

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和5年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(11/27)

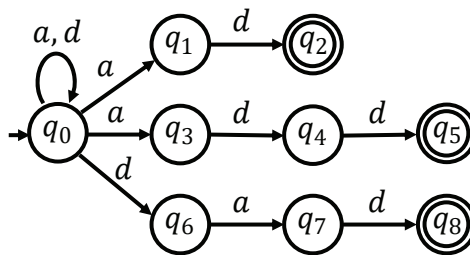
6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Answer the following questions (【Q1】【Q2】) and write the number of the selected question on the answer sheet.

【Q1】 We define a language L on the alphabet $\Sigma = \{a, d\}$ as

$$L = \{w \in \Sigma^* \mid w \in \{xad, xadd, xdad\} \text{ for some } x \in \Sigma^*\}.$$

The following figure is a state transition diagram of a nondeterministic finite automaton $M = (K, \Sigma, \delta, q_0, F)$ that accepts L . Here, $K = \{q_0, q_1, \dots, q_8\}$, $\Sigma = \{a, d\}$, δ , q_0 , and $F = \{q_2, q_5, q_8\}$ are the set of states, the alphabet, the state transition function, the initial state, and the set of accept states, respectively. Answer the following questions.



- (1) Draw a state transition diagram of a nondeterministic finite automaton that accepts L and has four states.
- (2) Give a regular expression that represents L .
- (3) Draw a state transition diagram of a deterministic finite automaton that accepts L and has four states.
- (4) Prove that any deterministic finite automaton that accepts L has at least four states.

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和5年8月29日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (12/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
 Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q2】 For a string $a = a[1]a[2]\cdots a[n]$ over the alphabet $\Sigma = \{\rightarrow, \leftarrow, \uparrow, \downarrow\}$ ($a[i] \in \Sigma$ for each i), we define a sequence of two-dimensional vectors $f(a) = (p[0], p[1], \dots, p[n])$ ($p[i] = (x[i], y[i])$) with integers $x[i], y[i]$ for each i as follows: Let $p[0] = (0, 0)$ and let

$$p[i] = \begin{cases} p[i-1] + (1, 0) & \text{if } a[i] = \rightarrow, \\ p[i-1] - (1, 0) & \text{if } a[i] = \leftarrow, \\ p[i-1] + (0, 1) & \text{if } a[i] = \uparrow, \\ p[i-1] - (0, 1) & \text{if } a[i] = \downarrow \end{cases}$$

for each $i = 1, 2, \dots, n$. In other words, $f(a)$ represents the trajectory when starting from the origin and then moving over the two-dimensional grid points according to the arrow directions designated by a . For each $i = 1, 2, \dots, n$, we call i a forward step if $|x[i]| + |y[i]| > |x[i-1]| + |y[i-1]|$ (if moving away from the origin by $a[i]$) and a backward step otherwise (if moving closer to the origin by $a[i]$). Furthermore, the string a is said to be round-trip if for each backward step i , there exists

$$i_0 = \max\{j \mid j \leq i-1, p[j] = p[i-1], j \text{ is a forward step}\}$$

and it satisfies $p[i] = p[i_0]$. The condition says that the transition from $p[i-1]$ to $p[i]$ by a backward step i should be the reverse of the transition from $p[i_0]$ to $p[i_0-1]$ by the corresponding forward step i_0 . For the language

$$L = \bigcup_{n \geq 0} \{a \in \Sigma^n \mid a \text{ is round-trip}, p = f(a), p[n] = (0, 0)\}$$

which consists of all round-trip strings a such that $f(a)$ ends up in the origin, answer the following questions.

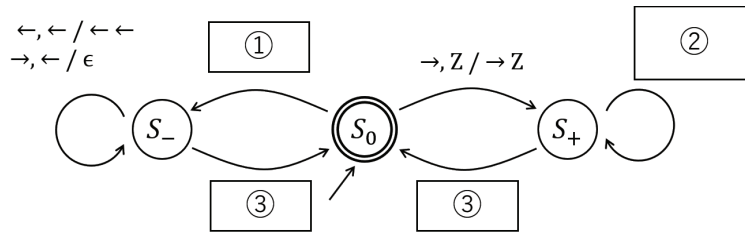
(1) Decide whether each of the following strings a_1, a_2, a_3 and a_4 is a member of L .

$$\begin{array}{ll} a_1 = \uparrow \uparrow \downarrow \rightarrow \downarrow \uparrow \leftarrow \downarrow & a_2 = \rightarrow \rightarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \uparrow \downarrow \rightarrow \\ a_3 = \downarrow \leftarrow \uparrow \rightarrow & a_4 = \leftarrow \uparrow \uparrow \downarrow \leftarrow \rightarrow \downarrow \leftarrow \downarrow \uparrow \end{array}$$

(2) The following figure is a state transition diagram of a pushdown automaton (PDA) that accepts $L \cap \{\rightarrow, \leftarrow\}^*$ (the language restricted to alphabet $\{\rightarrow, \leftarrow\}$) by final state. Fill in ①, ② and ③. (The two blanks of ③ are the same.)

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和5年8月29日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (13/27)

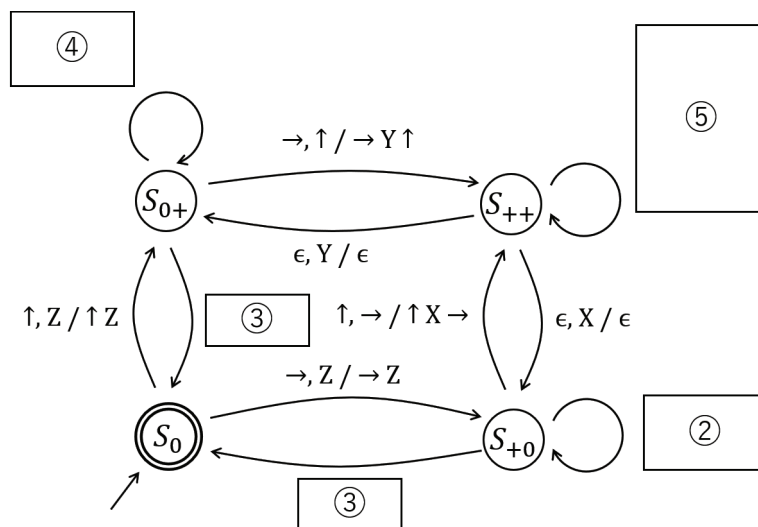
6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
 Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.



The transition rule $a, b / s$ designates the action in the source state that if the input character read is a and the top character of the stack is b , then the PDA moves to the destination state while replacing b on the top of the stack with the string s , where ϵ denotes the empty string. Initially, the stack only has the special symbol Z which represents the empty stack. S_0 is the initial state as well as the (unique) final state.

Hint: The states S_0 , S_+ and S_- represent that $x[i] = 0$, $x[i] > 0$, and $x[i] < 0$, respectively.

- (3) The following figure is a part of a state transition diagram of a PDA that accepts L by final state, where ② and ③ are the same as in (2). Fill in ④ and ⑤.



Hint: The PDA has nine states for all combinations of the signs of $x[i]$ and $y[i]$. The figure only shows the transitions among four states: S_0 representing $x[i] = y[i] = 0$ (the initial state as well as the unique final state), S_{0+} representing $x[i] = 0, y[i] > 0$, S_{+0} representing $x[i] > 0, y[i] = 0$, and S_{++} representing $x[i] > 0, y[i] > 0$.

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和5年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(14/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

D. 【電磁気学 (Electromagnetism) 分野】

以下の各問い（【問 1】，【問 2】）に答えよ。解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入すること。

【問 1】 図1のように、半径 a, b, c の3つの同心導体球殻から成る導体1と、半径 a, c の2つの同心導体球殻から成る導体2を、真空中に中心間距離 d で置く。それぞれ最も内側にある半径 a の導体球殻に電荷 Q_1, Q_2 を与えた。ここで、球殻の厚みは無視でき、 $d \gg a, b, c$ であり、真空の誘電率を ϵ_0 とする。

- (1) 最も外にある半径 c の導体球殻の外面に現れる電荷を、導体1と導体2それぞれについて示せ。
- (2) 最も外にある半径 c の導体球殻の電位を、導体1と導体2について求めよ。ただし無限遠での電位を0とする。
- (3) 導体1と導体2の静電エネルギーをそれぞれ求めよ。
- (4) 導体1と導体2の最も外にある半径 c の導体球殻間を導線で接続した。充分時間が経った後のこの系の全静電エネルギーを求めよ。ただし、導線に蓄えられる電荷は無視できるものとする。

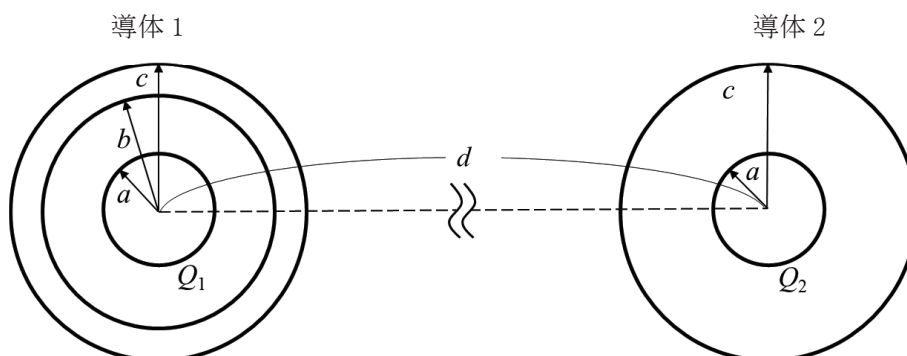


図 1

専門科目 (Specialized subjects)

(15/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問 2】 図2に示すように、 $z \geq 0$ の領域において、 x 軸の正の向きに一様かつ時間変化のない磁束密度 B がある。 $z < 0$ の領域では磁束密度は0である。抵抗が R で1辺の長さが a の正方形コイル ABCD が点 $P(0, 0, z)$ を中心として、 $y-z$ 平面内に、辺 AB が y 軸に平行になるように真空中に置かれている。誘導電流によって発生する磁界は無視できるとする。

- (1) コイルに外力を加え、 z 軸の負の向きに一定の速さ v_c で運動させた。この時、コイルに生じる誘導起電力、ならびに誘導電流の大きさを求めよ。
- (2) (1)において、コイルの中心 P の z 座標が $-a/2 < z < a/2$ の間にある時、コイルを速さ v_c で動かすために必要な外力の大きさを求めよ。ここでは、正方形コイルの質量は無視できるとする。
- (3) (1)において、コイルの中心 P の座標が $(0, 0, a/2)$ から $(0, 0, -a/2)$ まで動く時、外力によりコイルになされる仕事、ならびにコイルに発生するジュール熱を求めよ。またそれらの導出過程も示せ。ここでは、正方形コイルの質量は無視できるとする。
- (4) コイルを重力のもとで落下させる。重力は z 軸の負の向きに働き、重力加速度は g である。コイルの中心 P の z 座標が $-a/2 < z < a/2$ の間にある時、時刻 t におけるコイルの速さ $v(t)$ を求めよ。ここでは、コイルの質量は無視できないとし、その大きさは m とする。また $t = 0$ において、コイルの速さは $v(t) = 0$ とし、その時コイルの中心 P の z 座標は $-a/2 < z < a/2$ の間にあるとする。

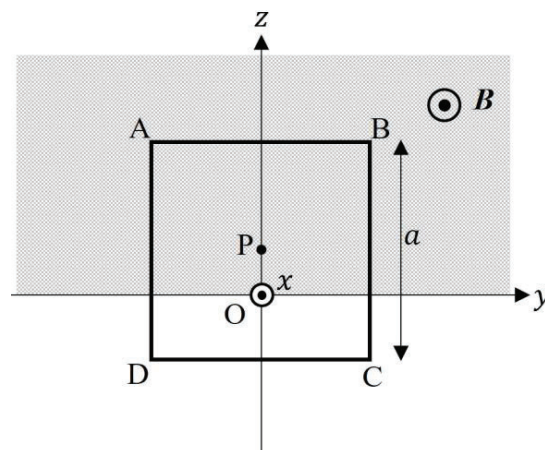


図 2

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和5年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(16/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Answer the following questions ([Question 1] [Question 2]) and write the number of the selected question on the answer sheet.

[Question 1] As shown in Fig. 1, Conductor 1 consists of three concentric spherical shells with radii a , b , and c , and Conductor 2 consists of two concentric spherical shells with radii a and c , where they are placed with a center-to-center distance of d in vacuum. The innermost shells of radius a in both Conductor 1 and Conductor 2 are charged with Q_1 and Q_2 , respectively. All spherical shells have negligibly small thickness, $d \gg a, b, c$, and the electrical permittivity in vacuum is ϵ_0 .

- (1) Give the electric charges which appear on the outside surfaces of the outermost spherical shells of radius c for each of Conductor 1 and Conductor 2.
- (2) Give the electric potentials of the outermost spherical shells of radius c for each of Conductor 1 and Conductor 2. The electric field at infinity is taken as zero.
- (3) Give the values of the electrostatic energy of Conductor 1 and Conductor 2, respectively.
- (4) Two outermost spheres of radius c were connected to each other with a conductive wire. Find the electrostatic energy of the system. Assume that the electric charge stored in the wire is negligible.

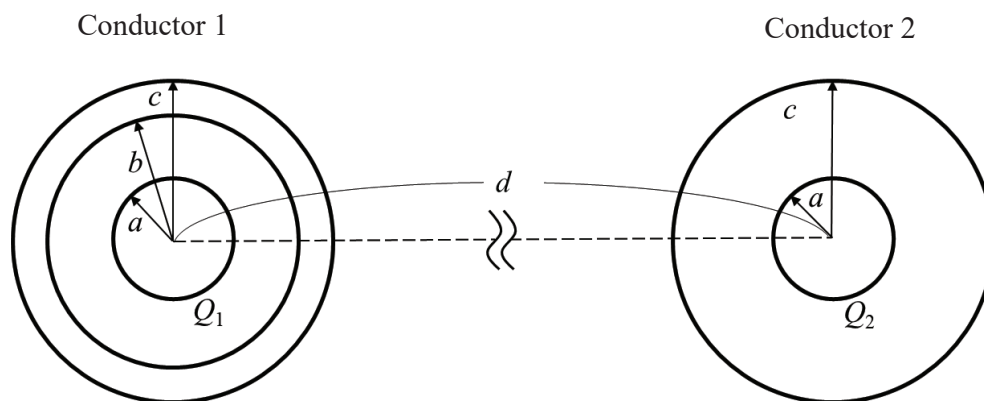


Fig. 1

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和5年8月29日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (17/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
 Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

[Question 2] As shown in Fig. 2, a uniform static magnetic field \mathbf{B} is in the positive x direction in the region $z \geq 0$. The magnetic field is zero in the region $z < 0$. A square coil ABCD of resistance R and side length a is placed in vacuum in the y - z plane, and the side AB is parallel to the y axis. The center of the coil, P, is at the point $(0, 0, z)$. Assume that the magnetic field generated by the induced current flowing in the coil is negligible.

- (1) Let an external force be applied so that the coil moves at a constant speed v_c in the negative z direction. Show the magnitude of the induced electromotive force and the magnitude of the induced current in the coil.
- (2) In the case of (1), show the magnitude of the external force needed to make the coil move at the speed v_c when the z coordinate of the point P, the center of the coil, is in the range $-a/2 < z < a/2$. Here, the mass of the coil is negligible.
- (3) In the case of (1), show the work done by the external force on the coil and the Joule heat generated in the coil when the coordinate of the point P, the center of the coil, is moved from $(0, 0, a/2)$ to $(0, 0, -a/2)$. Also, show how to derive them. Here, the mass of the coil is negligible.
- (4) The coil is released and falls under the influence of gravity. The gravity is in the negative z direction, and the acceleration of gravity is g . Find the speed $v(t)$ of the coil at a time t when the z coordinate of the point P, the center of the coil, is in the range $-a/2 < z < a/2$. Here, the mass of the coil, m , is not negligible. Assume that at $t = 0$, $v(t) = 0$ and the z coordinate of the point P is in the range $-a/2 < z < a/2$.

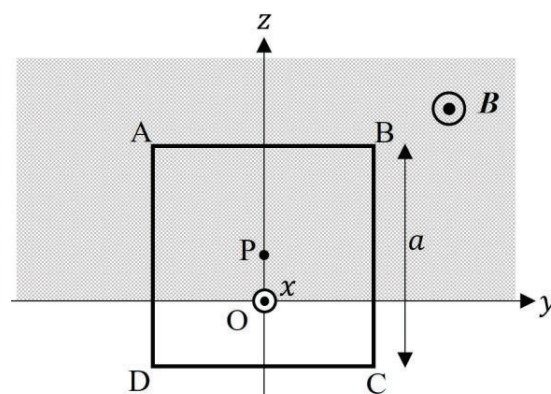


Fig. 2

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和5年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(18/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

E. 【アルゴリズム／プログラミング (Algorithms and programming) 分野】

次の各問い（【問1】【問2】【問3】）に答えよ。解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入すること。

【問1】 次の各問いに答えよ。フィボナッチ数列 f_0, f_1, f_2, \dots は以下のように定義される。

$$\begin{aligned} f_0 &= 1 \\ f_1 &= 1 \\ f_n &= f_{n-1} + f_{n-2} \quad (n \geq 2 \text{ のとき}) \end{aligned}$$

フィボナッチ数列の一般項は以下の通り。

$$f_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left\{ \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^{n+1} - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^{n+1} \right\}$$

(1) フィボナッチ数 f_n を計算する以下のアルゴリズムの実行時間を評価したい。

FIBONACCI1(n)

1: If $n = 0$ or $n = 1$ then

2: Return 1

3: Else

4: Return FIBONACCI1($n - 1$) + FIBONACCI1($n - 2$)

(a) FIBONACCI1(n) を実行した時、FIBONACCI1($n - i$) を呼び出す回数を g_i とする。 $g_0 = 1$ と仮定し、 $g_1 = 1$ である。 $i \geq 2$ に対して、 g_i, g_{i-1}, g_{i-2} が満たす関係を表す式を答えよ。

(b) FIBONACCI1(n) の実行時間を n に関する O 表記で答えよ。また、その理由を答えよ。

(2) 行列を用いるとフィボナッチ数列を以下のように表記できる。

$$\begin{pmatrix} f_n \\ f_{n-1} \end{pmatrix} = A^{n-1} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_0 \end{pmatrix}$$

上記の表記をもとにフィボナッチ数を計算する以下のアルゴリズムを考える。 $A[0..1][0..1]$ は2次元の配列である。

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和5年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(19/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

FIBONACCI2(n)

```
1:   If  $n = 0$  or  $n = 1$  then
2:       Return 1
3:   Else
4:        $A[0..1][0..1] = \text{POWER}(n - 1)$ 
5:       Return  $A[0][0] + A[0][1]$ 
```

- (a) 2×2 型の行列 A を答えよ。
- (b) フィボナッチ数をより高速に計算したい。FIBONACCI2(n) の4行目で呼び出すアルゴリズム POWER(n) は引数 n に対して A^n を計算する。 A^n を計算する POWER(n) の疑似コードを答えよ。より高速なアルゴリズムをより高く評価する。
- (c) (b) で回答したアルゴリズム POWER(n) の実行時間を n に関する O 表記で答えよ。また、その理由を答えよ。

【問2】 B木に関する次の各問いに答えよ。ただし、図1, 2, 3中のB木にはレコード全体ではなくキーのみ表記する。B木は次数を持ち、図1, 2, 3中のB木は1次B木である。また、 d 次B木の非ルートノードは d 以上 $2d$ 以下のレコードを持つ。

(1) 次の各問いに答えよ。

- (a) 図1のB木に対し、キーが6のレコードを追加した後のB木 T_1 を答えよ。



図1: 一つのノードからなる1次B木

- (b) (a) で得られた T_1 にキーが11のレコードを追加した後のB木を答えよ。

- (c) 図2のB木に対し、キーが14のレコードを追加した後のB木を答えよ。

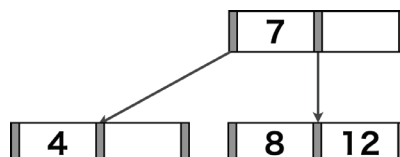


図2: 1次B木

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和5年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(20/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

(2) 次の各問いに答えよ。

- (a) 1次B木の深さ2のすべてのノードで保持できる総レコード数の最大値を答えよ。例えば、図3の1次B木のように、深さ1のすべてのノードで保持できる総レコード数は最大6個である。

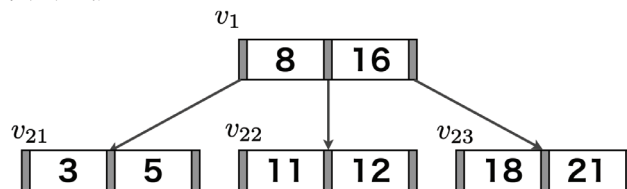


図3: 深さ1のノードすべてで保持できる総レコード数が最大となる1次B木

- (b) d 次B木において、深さ $h > 0$ のすべてのノードで保持できる総レコード数の最大値を答えよ。
- (c) 高さ H の d 次B木の全てのノードで保持できる総レコード数の最大値を答えよ。

【問3】 関係代数には和、差、共通部分、直積、選択、射影、結合、商の8つの演算が存在する。

R, S を関係とし、以下の各問いに答えよ。

- (1) 共通部分 $R \cap S$ を関係代数の他の演算を用いて表せ。
- (2) A, B をそれぞれ R と S の属性とした時、 R と S の等結合 $R[A = B]S$ を関係代数の他の演算を用いて表せ。
- (3) A_1, \dots, A_n と B_1, \dots, B_m を、それぞれ関係 R と S の属性とする。ただし、 $n > m$, $\text{dom}(A_{n-m+i}) = \text{dom}(B_i)$ ($i = 1, 2, \dots, m$) とし、 $\text{dom}(X)$ は属性 X のドメインとする。この時、商 $R \div S$ を関係代数の他の演算を用いて表せ。

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和5年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(21/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Answer the following questions (**【Q1】【Q2】【Q3】**) and the write the number of the question on the answer sheet.

【Q1】 Answer the following questions. Fibonacci sequence f_0, f_1, f_2, \dots is defined as follows.

$$f_0 = 1,$$

$$f_1 = 1, \text{ and}$$

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2} \quad (n \geq 2).$$

The general term of Fibonacci sequence is

$$f_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left\{ \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^{n+1} - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^{n+1} \right\}.$$

(1) We consider the execution time of the following algorithm, that computes Fibonacci number f_n .

FIBONACCI1(n)

1: If $n = 0$ or $n = 1$ then

2: Return 1

3: Else

4: Return FIBONACCI1($n - 1$) + FIBONACCI1($n - 2$)

(a) Let g_i be the number of calls of FIBONACCI1($n-i$) when we execute FIBONACCI1(n).

We assume $g_0 = 1$ and we have $g_1 = 1$. Answer an equation that represents the relation between g_i, g_{i-1}, g_{i-2} for $i \geq 2$.

(b) Answer the execution time of FIBONACCI1(n) in O -notation with respect to n with reasons.

(2) We have the following description of Fibonacci sequence with a matrix.

$$\begin{pmatrix} f_n \\ f_{n-1} \end{pmatrix} = A^{n-1} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_0 \end{pmatrix}$$

We consider the following algorithm that computes a Fibonacci number based on the above description. Let $A[0..1][0..1]$ be a two-dimensional array.

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和5年8月29日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (22/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
 Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

FIBONACCI2(n)

- 1: If $n = 0$ or $n = 1$ then
- 2: Return 1
- 3: Else
- 4: $A[0..1][0..1] = \text{POWER}(n - 1)$
- 5: Return $A[0][0] + A[0][1]$

- (a) Answer 2×2 matrix A .
- (b) We would like to compute a Fibonacci number faster. The algorithm $\text{POWER}(n)$ called in the fourth line of $\text{FIBONACCI2}(n)$ computes A^n for a given n . Answer a pseudo code of $\text{POWER}(n)$ that computes A^n . A faster algorithm receives a higher score.
- (c) Answer the execution time of your algorithm $\text{POWER}(n)$ for (b) in O -notation with respect to n with reasons.

【Q2】 Answer the following questions about B-trees. In the B-trees of Figures 1, 2, and 3, only the keys are shown, instead of the whole records. A B-tree has the order and the order of the B-trees of Figures 1, 2, and 3 is 1. And a non-root node of B-trees of order d has more than or equal to d and less than or equal to $2d$ records.

(1) Answer the following questions.

- (a) Answer the B-tree T_1 obtained by adding a record whose key is 6 to the tree in Fig. 1.



Fig. 1: A B-tree of order 1 with one node

- (b) Answer the B-tree obtained by adding a record whose key is 11 to T_1 obtained in (a).
- (c) Answer the B-tree obtained by adding a record whose key is 14 to the B-tree in Fig. 2.

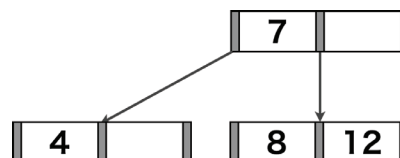


Fig. 2: A B-tree of order 1

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和5年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(23/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

(2) Answer the following questions.

(a) Answer the maximum total number of records in all nodes of depth 2 in a B-tree of order 1. For example, the maximum total number of records in all nodes of depth 1 in a B-tree of order 1 is 6, as shown in Fig. 3.

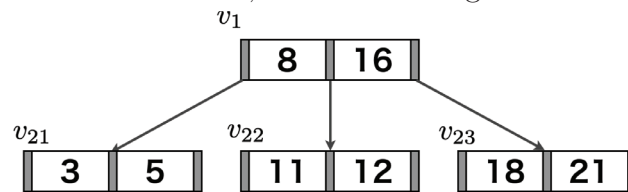


Fig. 3: A B-tree of order 1 with the maximum number of records in all nodes of depth 1

- (b) Answer the maximum total number of records in all nodes of depth $h > 0$ in a B-tree of order d .
- (c) Answer the maximum total number of records in all nodes in a B-tree of order d with height H .

【Q3】 There exist 8 operators in relational algebra, union, difference, intersection, Cartesian product, selection, projection, join, and division. For relations R and S , answer the following questions.

- (1) Answer an equivalent expression to intersection $R \cap S$, using other operators of relational algebra.
- (2) Let A and B be attributes in R and S , respectively. Then answer an equivalent expression to equijoin of R and S , $R[A = B]S$, using other operators of relational algebra.
- (3) Let A_1, \dots, A_n and B_1, \dots, B_m be attributes of R and S , respectively, where $n > m$, $\text{dom}(A_{n-m+i}) = \text{dom}(B_i)$ ($i = 1, 2, \dots, m$), and $\text{dom}(X)$ denotes the domain of attribute X . Then answer an equivalent expression to division $R \div S$, using other operators of relational algebra.

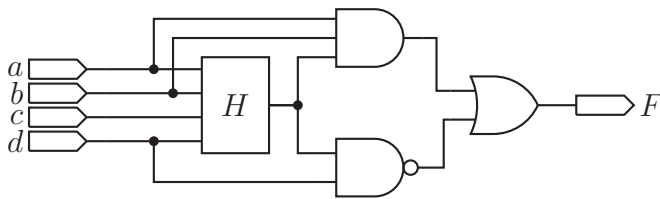
九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和5年8月29日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (24/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
 Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

F. 【計算機アーキテクチャ (Computer architecture) 分野】

次の各問い(【問1】～【問3】)に答えよ。解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入すること。

【問1】 下図の様にいくつかの論理ゲートと部分回路 H から構成される論理回路の出力の論理関数 $F(a, b, c, d)$ が以下の様な真理値表で表される時、部分回路 H の論理関数 $H(a, b, c, d)$ の最簡積和形を示せ。ただし、論理関数の最簡積和形とはその論理関数を表す積和形論理式のうち、積項数が最小のものを指す。積項数が等しい積和形論理式が複数ある場合にはそのなかでリテラル数が最小のものを指す。



a	b	c	d	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和5年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(25/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問2】 5つのステージからなるパイプライン式データパスを有するインオーダー型マイクロプロセッサについて考える。実装されたパイプラインステージは、IF (命令取得), ID (命令デコード), EX (実行), MEM (メモリアクセス), ならびに, WB (ライトバック) である。また, 同時発行可能な命令数は1と仮定する。以下の各問いに答えよ。

- (1) プログラム実行時間 ET の式を IC , CPI , ならびに, F を用いて示せ。なお, IC は実行された命令の総数, CPI は1命令実行に要する平均クロックサイクル数, F はクロック周波数である。
- (2) データ依存には「フロー依存」「出力依存」「逆依存」がある。このパイプライン式データパスでデータハザードを引き起こす可能性のあるものを全て答えよ。
- (3) フォワーディング技術の導入が IC , CPI , F に与える影響とその理由をそれぞれ述べよ。なお, 各パラメータにおいて影響がない場合は「影響なし」と答えること。

【問3】 コンピュータのメモリシステムについて, 以下の各問いに答えよ。

- (1) L1 キャッシュメモリを有するプロセッサを考える。動作周波数は2 GHz, L1 キャッシュのアクセス時間は1クロックサイクル, L1 キャッシュヒット率は70%, L1 キャッシュミスペナルティは200クロックサイクルである。このときの平均メモリアクセス時間を求めよ。
- (2) (1) に示したプロセッサの平均メモリアクセス時間を改善するため, L2 キャッシュメモリをL1 キャッシュメモリとメインメモリの間に追加した。L2 キャッシュのアクセス時間は20クロックサイクル, L2 キャッシュのヒット率は90%, L2 キャッシュミスペナルティは200クロックサイクルであった。ただし, L2 キャッシュのヒット率は次式で与えられるものとする。

$$\frac{\text{L2 キャッシュのヒット数}}{\text{L2 キャッシュの総アクセス数}} \times 100$$

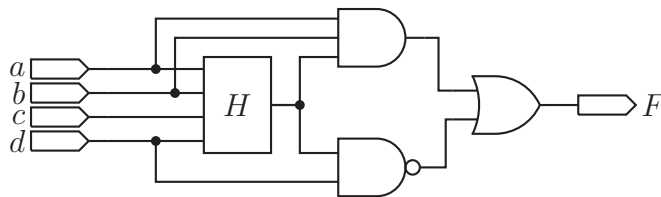
このプロセッサの平均メモリアクセス時間を求めよ。

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和5年8月29日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (26/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
 Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Answer the following questions (**【Q1】** ~ **【Q3】**) and write the number of the question on the answer sheet.

【Q1】 Suppose a logic circuit in the below figure is composed of several logic gates and subcircuit H . The logic function of the output $F(a, b, c, d)$ is defined by the truthtable shown below. Show the minimum sum of products form of the logic function $H(a, b, c, d)$, which represents the output of the subcircuit H . The minimum sum of products form of a logic function means that having the smallest number of product terms among those which represent the function. If there are two or more forms having the smallest number of product terms, forms having the smallest number of literals are chosen as the minimum forms.



a	b	c	d	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和5年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(27/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q2】 Let us consider an in-order microprocessor that has a 5-stage pipelined datapath. The implemented pipeline stages are IF (Instruction Fetch), ID (Instruction Decode), EX (EXecution), MEM (MEMory access), and WB (Write Back). Assume the number of instructions that can be issued in parallel is one. Answer the following questions.

- (1) Show the equation of program execution time ET by using the three parameters, IC , CPI , and F . Here, IC is the total number of instructions executed, CPI is the average number of clock cycles required to execute one instruction, and F is the clock frequency.
- (2) There are three types of data dependencies, “flow dependency,” “output dependency,” and “anti-dependency.” Answer all dependencies that could cause data hazards in this pipelined datapath.
- (3) Explain the effects of introducing forwarding technique on IC , CPI , and F . If there are no effects on each parameter, answer “no effects.”

【Q3】 Answer the following questions relating to computer memory systems.

- (1) Consider a processor with an L1 cache memory. The operating frequency is 2 GHz, the L1 cache access time is 1 clock cycle, the L1 cache hit rate is 70% and the L1 cache miss penalty is 200 clock cycles. Find the average memory access time of the processor.
- (2) To improve the average memory access time of the processor shown in (1), an L2 cache memory is added between the L1 cache memory and the main memory. The L2 cache access time is 20 clock cycles, the L2 cache hit rate is 90%, and the L2 cache miss penalty is 200 clock cycles. Where the L2 cache hit rate is given by the following equation.

$$\frac{\text{The number of L2 cache hits}}{\text{The total number of L2 cache accesses}} \times 100$$

Find the average memory access time of the processor.