

九州大学大学院システム情報科学府

情報学専攻

情報知能工学専攻

平成28年度入学試験問題

【平成27年8月20日（木）、21日（金）】

数学 (Mathematics)

(7枚中の1)

解答上の注意 (Instructions):

- 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。
Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.
- 問題用紙は表紙を含め7枚、解答用紙は3枚つづり(1分野につき1枚)である。
You are given 7 problem sheets including this cover sheet, and 3 answer sheets (1 sheet for each field).
- 以下の6分野から3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする。
Select 3 fields out of the following 6 fields and answer the questions. You must use a separate answer sheet for each of the fields you selected.

	分野	field	page
1	線形代数	Linear algebra	2
2	微分方程式	Differential equation	3
3	ベクトル解析	Vector analysis	4
4	複素関数論	Complex function theory	5
5	確率・統計	Probability and statistics	6
6	記号論理学	Symbolic logic	7

- 解答用紙の全部に、専攻名、コース名(情報学専攻を除く)、選択分野番号(○で囲む)、受験番号および氏名を記入すること。
Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the department name, course name (except the department of informatics), the selected field number (mark with a circle), your examinee number and your name.
- 解答は解答用紙に記入すること。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが、その場合は、裏面に解答があることを明記すること。
Write your answers on the answer sheets. You may use the backs of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate it clearly on the sheet.

数学 (Mathematics)

(7枚中の2)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

1. 【線形代数 (Linear algebra) 分野】

任意の行列 A を引数に取り行列を返す関数 $f(A) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} A & A \\ A & -A \end{pmatrix}$ について、以下の各問に答えよ。

- (1) A が直交行列のとき、 $f(A)$ も直交行列となることを示せ。
- (2) A_0 を 1×1 行列 $A_0 = (1)$ とし、任意の整数 $n \geq 1$ に対し、 $2^n \times 2^n$ 行列 A_n を $A_n = f(A_{n-1})$ と定義する。このとき、各成分が1の 2^n 次元行ベクトル $\mathbf{1} = (1, 1, \dots, 1)$ と行列 A_n の積 $\mathbf{1}A_n$ を求めよ。
- (3) $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_d\}$ を A の列空間 (A の列ベクトルが張る部分空間) の基底とする。このとき、

$$\left\{ \begin{pmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_1 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} \mathbf{v}_d \\ \mathbf{v}_d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \mathbf{v}_1 \\ -\mathbf{v}_1 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} \mathbf{v}_d \\ -\mathbf{v}_d \end{pmatrix} \right\}$$

が $f(A)$ の列空間の基底となることを示せ。

Consider the following function f that takes any matrix A as argument and returns a matrix $f(A) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} A & A \\ A & -A \end{pmatrix}$. Answer the following questions.

- (1) Show that if A is orthonormal, then so is $f(A)$.
- (2) Let A_0 be the 1×1 matrix defined as $A_0 = (1)$ and for every integer $n \geq 1$, let A_n be the $2^n \times 2^n$ matrix defined as $A_n = f(A_{n-1})$. Then, obtain the product $\mathbf{1}A_n$, where $\mathbf{1} = (1, 1, \dots, 1)$ is the 2^n -dimensional row vector whose components are all 1's.
- (3) Let $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_d\}$ be a basis of the column space of A , where the column space of A is the span of the column vectors of A . Show that

$$\left\{ \begin{pmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_1 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} \mathbf{v}_d \\ \mathbf{v}_d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \mathbf{v}_1 \\ -\mathbf{v}_1 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} \mathbf{v}_d \\ -\mathbf{v}_d \end{pmatrix} \right\}$$

is a basis of the column space of $f(A)$.

数学 (Mathematics)

(7枚中の3)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

2. 【微分方程式 (Differential equation) 分野】

$x > 0$ で定義された関数 $y(x)$ に関する以下の微分方程式において、変数変換 $x = e^t$ を用いて一般解を求めよ。なお、 y' は関数 $y(x)$ の x に関する1階導関数を表している。

(1) $x^2y'' - xy' - x - 3y = 0$

(2) $x^3y''' + 6x^2y'' + 4xy' - 4y = 0$

Find general solutions with the replacement $x = e^t$ to the following differential equations, in each of which a function $y(x)$ is defined for $x > 0$. Here, y' denotes the derivative of first order with respect to x for a function $y(x)$.

(1) $x^2y'' - xy' - x - 3y = 0$

(2) $x^3y''' + 6x^2y'' + 4xy' - 4y = 0$

数学 (Mathematics)

(7枚中の4)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする事。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

3. 【ベクトル解析 (Vector analysis) 分野】

直交座標系において、 x, y, z 軸方向の単位ベクトルをそれぞれ $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ とする。ベクトル場を $\mathbf{A} = xz\mathbf{i} + yz^2\mathbf{j} + 3z\mathbf{k}$ とし、面 S を $\{(x, y, z): x^2 + y^2 \leq z^2, 0 \leq z \leq 2\}$ の全表面とする。 \mathbf{A} の S 上の面積分を計算せよ。

Let \mathbf{i}, \mathbf{j} and \mathbf{k} denote the unit vectors on x, y and z axes of Cartesian coordinates, respectively. Let S be the surface of $\{(x, y, z): x^2 + y^2 \leq z^2, 0 \leq z \leq 2\}$. Evaluate the surface integral for the vector field $\mathbf{A} = xz\mathbf{i} + yz^2\mathbf{j} + 3z\mathbf{k}$ over S .

数学 (Mathematics)

(7枚中の5)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
 Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

4. 【複素関数論 (Complex function theory) 分野】

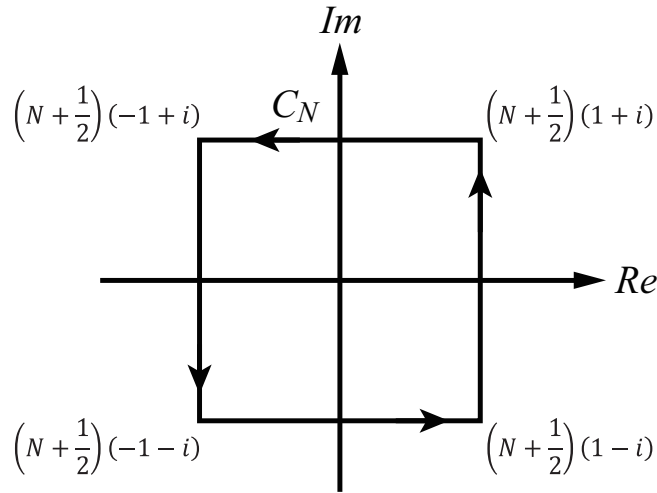
複素関数 $f(z) = \frac{\pi \cot \pi z}{z^2 + a^2}$ を考える。ただし、 $a > 0$ とする。次の各問に答えよ。

(1) $f(z)$ のすべての極における留数を求めよ。

(2) 図に示す閉路 C_N に沿った複素積分 $\oint_{C_N} f(z) dz$ を考える。ただし、 N は自然数とする。

$\lim_{N \rightarrow \infty} \oint_{C_N} f(z) dz$ の値を求めよ。

(3) $\lim_{N \rightarrow \infty} \oint_{C_N} f(z) dz$ の値を用いて、 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + a^2} = \frac{\pi}{2a} \coth \pi a - \frac{1}{2a^2}$ を示せ。



Consider the complex function $f(z) = \frac{\pi \cot \pi z}{z^2 + a^2}$, where $a > 0$. Answer the following questions.

(1) Find the residues of $f(z)$ at all its poles.

(2) Consider the complex integral $\oint_{C_N} f(z) dz$, where C_N is a closed path as shown in the figure and N is a natural number. Find the value of $\lim_{N \rightarrow \infty} \oint_{C_N} f(z) dz$.

(3) Using the value of $\lim_{N \rightarrow \infty} \oint_{C_N} f(z) dz$, prove that $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + a^2} = \frac{\pi}{2a} \coth \pi a - \frac{1}{2a^2}$.

数学 (Mathematics)

(7枚中の6)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする事。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

5. 【確率・統計 (Probability and statistics) 分野】

確率 p ($0 < p < 1$) で表の出るコインを用いて1人のプレイヤーが行うゲームを考える。プレイヤーは持ち点を0としてゲームを開始し、コイントスを行って表が出れば持ち点が1増え、裏が出れば持ち点が1減る試行 (ラウンドと呼ぶ) を繰り返す。持ち点が2になればプレイヤーの勝利でゲームが終了し、持ち点が-2になればプレイヤーの敗北でゲームが終了する。以下の各問に答えよ。

- (1) 各 $k = 1, 2, 3$ について、丁度 $2k$ ラウンドでプレイヤーが勝利する確率、および丁度 $2k$ ラウンドでプレイヤーが敗北する確率をそれぞれ求めよ。
- (2) このゲームでプレイヤーが勝利する確率を求めよ。
- (3) このゲームを100回繰り返すとき、プレイヤーが勝利する回数の期待値と分散を求めよ。
- (4) $p = 0.6$ とする。このゲームを100回繰り返すとき、プレイヤーが勝利する回数が50未満の確率は $1/10$ より大きいか否か理由と共に答えよ。

Consider a game by a single player using a coin with head probability p ($0 < p < 1$). The player starts the game with her initial score 0, and repeats a trial (called round) in which she tosses a coin and increases her score by one if head, otherwise decreases her score by one. The game is over with her win once her score gets to 2, while the game is over with her defeat once her score gets to -2. Answer the following questions.

- (1) For each $k = 1, 2, 3$, answer the probability that she wins the game exactly at the $2k$ -th round and the probability that she loses the game exactly at the $2k$ -th round, respectively.
- (2) Answer the probability that she wins the game.
- (3) Answer the expectation and the variance of the number of times that she wins when she repeats the game 100 times.
- (4) Let $p = 0.6$. Establish with reason whether or not the probability is higher than $1/10$ that the number of times she wins is less than 50 when she repeats the game 100 times.

数学 (Mathematics)

(7枚中の7)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

6. 【記号論理学 (Symbolic logic) 分野】

- (1) シーケント $\neg(p \rightarrow (p \rightarrow q)), q \vdash r$ を自然演繹法により証明せよ。
- (2) $A = \neg((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)) \rightarrow ((p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r))$ とする。
- (a) $\neg A$ を $p \wedge (\neg q \vee p) \wedge (p \vee \neg r) \wedge (\neg q \vee \neg r) \vee (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$ に同値変形する過程を示せ。
- (b) 導出法 (resolution) により A が妥当であることを示せ。
- (3) 以下の述語論理式を考える。ただし、 a, b は定数記号である。
- $\forall x \forall y \forall z (W(x, y) \wedge W(y, z) \rightarrow W(z, x))$
 - $\forall x \forall y (W(x, y) \rightarrow \neg W(y, x))$
 - $\forall x \exists y W(x, y)$
 - $W(a, b)$
- (a) $\forall x \neg W(x, x)$ が ii の論理的帰結であることを示せ。
- (b) $\exists x (W(x, a) \wedge W(b, x))$ が i, ii, iii, iv の論理的帰結であることを示せ。
- (1) Prove by natural deduction the sequent $\neg(p \rightarrow (p \rightarrow q)), q \vdash r$.
- (2) Let $A = \neg((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)) \rightarrow ((p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r))$.
- (a) Show the steps to convert $\neg A$ to its equivalent formula:
 $p \wedge (\neg q \vee p) \wedge (p \vee \neg r) \wedge (\neg q \vee \neg r) \vee (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$.
- (b) Prove by resolution that A is valid.
- (3) Consider the following predicate formulas, where a and b are constants.
- $\forall x \forall y \forall z (W(x, y) \wedge W(y, z) \rightarrow W(z, x))$
 - $\forall x \forall y (W(x, y) \rightarrow \neg W(y, x))$
 - $\forall x \exists y W(x, y)$
 - $W(a, b)$
- (a) Show that $\forall x \neg W(x, x)$ is a logical consequence of ii.
- (b) Show that $\exists x (W(x, a) \wedge W(b, x))$ is a logical consequence of i, ii, iii, iv.

専門科目 (Special subjects)

(31枚中の1)

解答上の注意 (Instructions):

1. 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。
Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.
2. 問題用紙は表紙を含め31枚，解答用紙は3枚つづり2部(1分野につき1部)である。
You are given 31 problem sheets including this cover sheet, and 2 sets of 3 answer sheets (1 set for each field).
3. 以下の6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
Select 2 fields out of the following 6 fields and answer the questions. You must use a separate set of answer sheets for each of the fields you selected, and use a separate answer sheet for each question.

	分野	field	page
1	電気回路	Circuit theory	2
2	情報理論	Information theory	6
3	オートマトンと言語	Automata and formal languages	12
4	電磁気学	Electromagnetism	16
5	アルゴリズム/プログラミング	Algorithms and programming	22
6	計算機アーキテクチャ	Computer architecture	26

4. 解答用紙の全部に，専攻名，コース名(情報知能工学専攻のみ)，選択分野名，受験番号，氏名および問題番号を記入すること。
Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the department name, the course name (only for the department of advanced information technology), the selected field, your examinee number, your name, and the question number.
5. 解答は解答用紙に記入すること。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが，その場合は，裏面に解答があることを明記すること。
Write your answers on the answer sheets. You may use the backs of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate so clearly on the sheet.

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

1. 【電気回路 (Circuit theory) 分野】

【問1】～【問4】から2問を選び、解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入せよ。

【問1】 図1の回路において、電流 I_1 と I_2 の位相差は $\frac{\pi}{2}$ である。以下の問いに答えよ。

- (1) R_1, R_2, X_1, X_2 の間の関係式を示せ。
- (2) $|I_1| = 1.5 \text{ A}, |I_2| = 2.0 \text{ A}$ のとき、端子対 1-1' から右側の力率 $\cos \left\{ \arg \left(\frac{E}{I} \right) \right\}$ を求めよ。

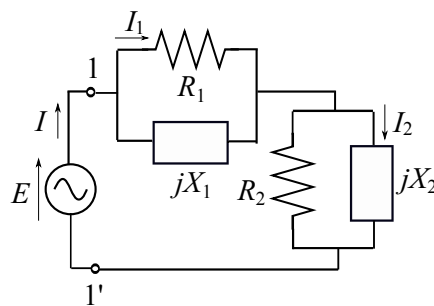
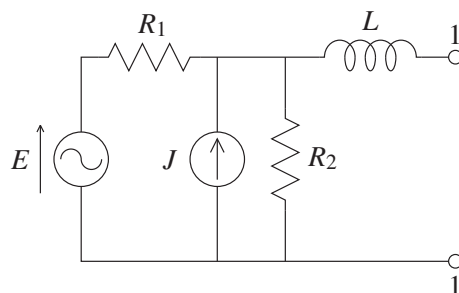


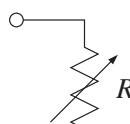
図1

【問2】 図2の回路について、次の問いに答えよ。ただし、電源 E と J の角周波数を ω とする。

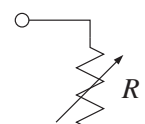
- (1) 図2(a) に示すような端子対 1-1' 間の回路と等価な電圧源の開放電圧 E_0 と内部インピーダンス Z_0 を求めよ。
- (2) 図2(a) の端子対 1-1' 間に図2(b) に示すような可変抵抗 R と可変容量 C を接続したとする。 R で消費される電力が最大となる R と C を求めよ。
- (3) 図2(a) の端子対 1-1' 間に図2(c) に示すような可変抵抗 R と固定容量 C_0 を接続したとする。 R で消費される電力が最大となる R を求めよ。



(a)



(b)



(c)

図2

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【問3】 図3の回路について、以下の問いに答えよ。ただし、電源の角周波数は ω とする。

- (1) 閉路電流 I_1, I_2, I_3 を変数に用いて閉路方程式を立てよ。
- (2) 容量 C_1 と容量 C_2 を変化させたところ、電源電圧 E と閉路電流 I_3 が同相となった。このときの抵抗 R における消費電力 P を求めよ。

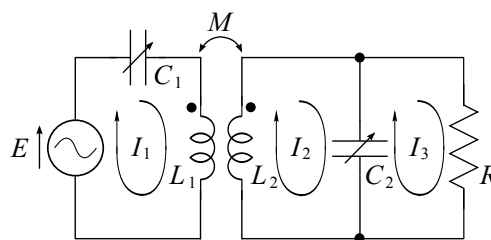


図3

【問4】 図4の回路について、時刻 $t = 0$ においてスイッチ S を閉じる。このとき、以下の問いに答えよ。ただし、スイッチ S を閉じる直前の回路は定常状態にあるとし、 $q(0) = 0$ とする。

- (1) $t > 0$ における電荷 $q(t)$ を求めよ。
- (2) $t > 0$ においてコイルに流れる電流 $i(t)$ が最大となる時刻 t_m を求めよ。

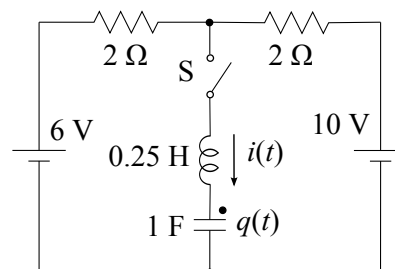


図4

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

Select two out of the four questions 【Q1】 ~ 【Q4】 and write the number of the selected question on the answer sheet.

【Q1】 Consider the circuit shown in Fig. 1, where the phase difference between I_1 and I_2 is $\frac{\pi}{2}$.

- (1) Find the equation representing the relation among R_1 , R_2 , X_1 and X_2 .
- (2) Find the value of power coefficient $\cos \left\{ \arg \left(\frac{E}{I} \right) \right\}$ in the right side of terminal pair 1-1', when $|I_1| = 1.5$ A and $|I_2| = 2.0$ A.

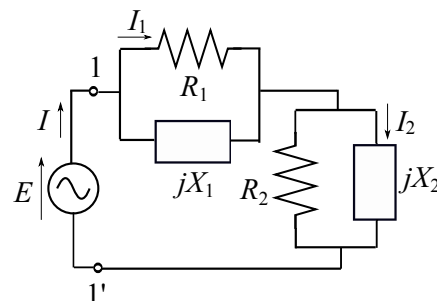
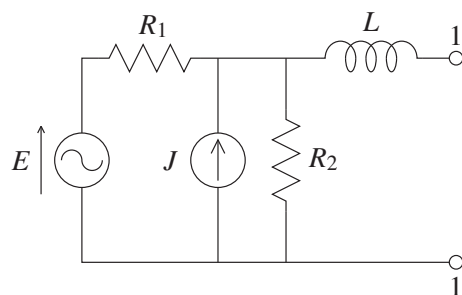


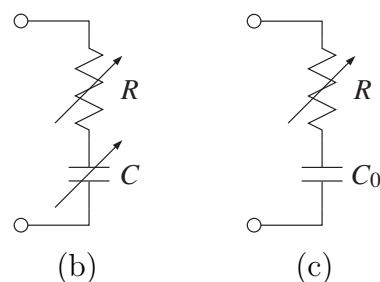
Fig. 1

【Q2】 Consider the circuits shown in Fig. 2, where the sources E and J have the same angular frequency ω . Answer the following questions.

- (1) Find the open voltage E_0 and the internal impedance Z_0 for the voltage source equivalent to the circuit between the terminals 1-1' in Fig. 2(a).
- (2) The variable resistance R and the variable capacitance C shown in Fig. 2(b) are connected in series between the terminals 1-1' in Fig. 2(a). Find the resistance R and the capacitance C when the effective power at R is maximized.
- (3) The variable resistance R and the fixed capacitance C_0 shown in Fig. 2(c) are connected in series between the terminals 1-1' in Fig. 2(a). Find the resistance R when the effective power at R is maximized.



(a)



(b)

(c)

Fig. 2

6 分野から 2 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【Q3】 Consider the circuit shown in Fig. 3, where ω is the angular frequency of the power source.

- (1) Write the mesh equations using the mesh currents I_1 , I_2 and I_3 as variables.
- (2) Find the power consumption P at the resistance R when the phase difference between the source voltage E and the current I_3 becomes zero by changing the values of the capacities C_1 and C_2 .

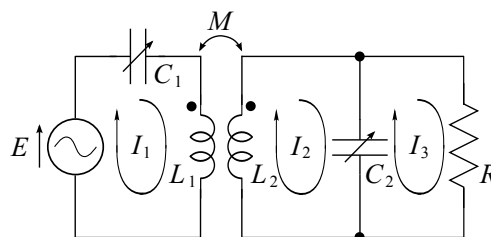


Fig. 3

【Q4】 In the circuit shown in Fig. 4, the switch S is closed at $t = 0$. Answer the following questions under the assumption that the circuit is in steady state just before the switch S is closed, and $q(0) = 0$.

- (1) Find the charge $q(t)$ for $t > 0$.
- (2) Find the time t_m at which the current $i(t)$ is maximized for $t > 0$.

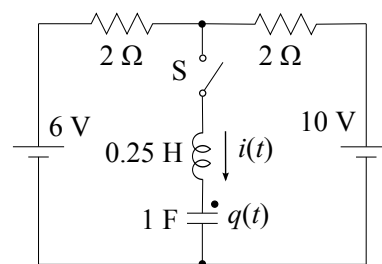


Fig. 4

6 分野から 2 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

2. 【情報理論 (Information theory) 分野】

次の各問い (【問 1】【問 2】) に答えよ。

【問 1】 X_1, X_2, \dots はアルファベット $\mathcal{X} = \{1, 2, 3\}$ 上の定常 Markov 連鎖であるとし、この Markov 連鎖の確率遷移行列が次で与えられるとする。

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{3}{4} \end{pmatrix}$$

ただし、行列の ij 成分は、条件付き確率 $\Pr\{X_{t+1} = j | X_t = i\}$ を表す。このとき、次の各問いに答えよ。ただし、 $\log_2 3$, $\log_2 5$ などはそのままでよい。

- (1) 定常確率分布を求めよ。
- (2) $t = 1, 2, \dots$ について、エントロピー $H(X_t)$ を求めよ。
- (3) $t = 1, 2, \dots$ について、条件付きエントロピー $H(X_{t+1} | X_t)$ を求めよ。
- (4) $t = 1, 2, \dots$ について、同時エントロピー $H(X_t, X_{t+1})$ を求めよ。
- (5) $t = 1, 2, \dots$ について、同時エントロピー $H(X_1, X_2, \dots, X_t)$ を求めよ。

専門科目 (Special subjects)

(31 枚中の 7)

6 分野から 2 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【問 2】通信路線図が図 1 で与えられるような消失確率 0.5 の 2 元消失通信路を考える。(出力シンボル e は消失を表す。)

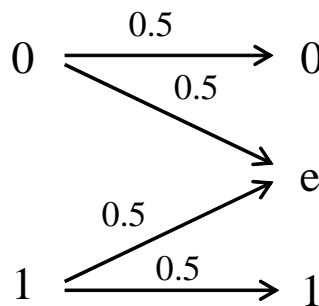


図 1

- (1) 通信路容量を求めよ。
- (2) 符号化せずに メッセージ 0, 1 をそのまま通信路に入力する場合を考える。復号器は、消失が起きなければ、受信語をそのまま復号語とし、消失を検出したら常に 0 に復号することにする。このとき平均復号誤り確率はいくらか。ただし、送信するメッセージは、等確率で選ばれるものとする。
- (3) 次に、簡単な符号化として、メッセージ 0 に対して 00 を、メッセージ 1 に対して 11 を送ることを考える。送信するメッセージは、等確率で選ばれるものとする。復号器は、次の表に従って復号する。

受信シンボル	復号メッセージ
00	0
0e	0
e0	0
11	1
1e	1
e1	1
ee	0

伝送速度と平均復号誤り確率を求めよ。

専門科目 (Special subjects)

(31 枚中の 8)

6 分野から 2 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

(4) 次の文章は、無記憶通信路に対する通信路符号化定理を述べたものである。2 つ空欄の A, B に当てはまる文章を、以下の 4 つの選択肢 (a)-(d) の中から 1 つずつ選べ。「与えられた通信路の通信路容量を C とし、通信路符号の伝送速度を R 、平均復号誤り確率を P_e とする。 $R < C$ ならば、 $R > C$ ならば、

- (a) 十分長い符号長において、任意の符号は $P_e = 0$ を満たす。
- (b) ある $\epsilon > 0$ が存在して、十分長い符号長において、すべての符号は $P_e > \epsilon$ を満たす。
- (c) 任意の $\epsilon > 0$ に対し、十分長い符号長において、 $P_e < \epsilon$ を満たす符号が存在する。
- (d) 任意の $\epsilon > 0$ と任意の符号長に対し、 $P_e < \epsilon$ を満たす符号が存在する。

6 分野から 2 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

Answer the following questions (**【Q1】【Q2】**).

【Q1】 Suppose that X_1, X_2, \dots is a stationary Markov chain with alphabet $\mathcal{X} = \{1, 2, 3\}$. Let the probability transition matrix of the Markov chain be

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{3}{4} \end{pmatrix},$$

where the ij -entry is the conditional probability $\Pr\{X_{t+1} = j | X_t = i\}$. You may leave logarithms such as $\log_2 3$ and $\log_2 5$ in your answer.

- (1) Find the stationary probability distribution.
- (2) Find the entropy $H(X_t)$ for $t = 1, 2, \dots$
- (3) Find the conditional entropy $H(X_{t+1}|X_t)$ for $t = 1, 2, \dots$
- (4) Find the joint entropy $H(X_t, X_{t+1})$ for $t = 1, 2, \dots$
- (5) Find the joint entropy $H(X_1, X_2, \dots, X_t)$ for $t = 1, 2, \dots$

専門科目 (Special subjects)

(31 枚中の 10)

6 分野から 2 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【Q2】 Consider a binary erasure channel with an erasure probability 0.5, illustrated in Figure 1. (The output symbol e denotes an erasure.)

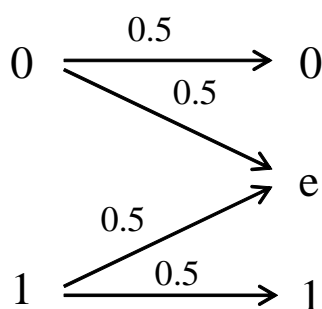


Figure 1.

- (1) Find the channel capacity of the channel.
- (2) Suppose that we transmit a message, which is 0 or 1, without channel coding. We consider the following receiver: The receiver declares that 0 (or 1) was sent if the output from the channel is 0 (or 1). The receiver declares that 0 was sent if the output from the channel is e . Find the average probability of decoding error when a message to be sent is chosen with probability 0.5.
- (3) Next, let us consider a simple channel coding scheme in which a code word 00 is sent for a message 0 and a code word 11 is sent for a message 1. Assume again that a message to be sent is chosen with probability 0.5. The receiver declares which message was sent according to the following table.

Received symbols	Decoded message
00	0
0e	0
e0	0
11	1
1e	1
e1	1
ee	0

Find the transmission rate and the average probability of decoding error.

専門科目 (Special subjects)

(31 枚中の 11)

6 分野から 2 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

- (4) The following sentences with two blanks, A and B, state the channel coding theorem for discrete memoryless channels. For each blank, choose one sentence from the following four options, (a)-(d).

“Let C be the channel capacity of a given channel. Let R be a transmission rate and P_e be the average probability of decoding error. If $R < C$, then A

If $R > C$, then B ”

- (a) for a sufficiently long code length, any code satisfies $P_e = 0$.
(b) there exists an $\epsilon > 0$ such that for a sufficiently long code length, any code satisfies $P_e > \epsilon$.
(c) for any $\epsilon > 0$ and for a sufficiently long code length, there exists a code satisfying $P_e < \epsilon$.
(d) for any $\epsilon > 0$ and for any code length, there exists a code satisfying $P_e < \epsilon$.

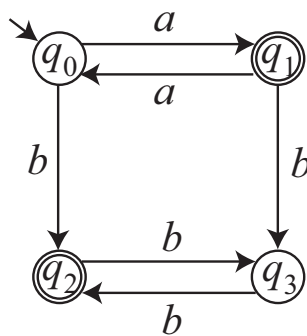
6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

3. 【オートマトンと言語 (Automata and formal languages) 分野】

次の各問い(【問1】【問2】)に答えよ。

【問1】以下の状態遷移図を持つ非決定性有限オートマトン $M = (K, \Sigma, \delta, q_0, F)$ に対し、次の各問いに答えよ。ただし、 $K = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $\delta, q_0, F = \{q_1, q_2\}$ を、それぞれ状態の集合、アルファベット、遷移関係、初期状態、最終状態の集合とする。



- (1) M が文字列 $aaaabbb$ を受理するときの状態遷移を与えよ。
- (2) M が受理する長さが5以下の文字列をすべて列挙せよ。
- (3) M が受理する言語 L_1 に含まれる文字列を説明せよ。
- (4) 言語 $L_2 = \{a^n b^m \mid n \geq 1, m \geq 1, n, m \text{ はともに奇数}\}$ を受理する状態数が4以下の非決定性有限オートマトンの状態遷移図を与えよ。
- (5) 言語 $L_3 = \{a^n b^m \mid n \geq 0, m \geq 0\} \cap \overline{L_1} \cap \overline{L_2}$ に含まれる文字列を説明せよ。ただし、 Σ 上の任意の言語 L について、 \overline{L} を L の補集合とする。

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【問 2】 次の各問いに答えよ．

- (1) 言語 $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ を生成する文脈自由文法 $G_1 = (N_1, \Sigma_1, P_1, S_1)$ の生成規則の集合 P_1 を与えよ．ただし， $N_1 = \{S_1\}$ ， $\Sigma_1 = \{a, b\}$ ， S_1 はそれぞれ，非終端記号の集合，終端記号の集合，開始記号とする．
- (2) 文脈自由文法 $G_2 = (N_2, \Sigma_2, P_2, S_2)$ を考える．ただし， $N_2 = \{S_2\}$ ， $\Sigma_2 = \{b, c\}$ であり， P_2 は， P_1 における a を b に， b を c に， S_1 を S_2 に置き換えて得られる生成規則の集合である． $L(G_1) \cdot L(G_2) = \{xy \mid x \in L(G_1), y \in L(G_2)\}$ を生成する文脈自由文法 $G_3 = (\{S_1, S_2, S_3\}, \{a, b, c\}, P_1 \cup P_2 \cup P_3, S_3)$ の生成規則の集合 P_3 を与えよ．
- (3) G_3 が生成する言語 $L(G_3)$ を与えよ．
- (4) 文脈自由文法 $G = (\{S, T\}, \{a, b, c\}, P, S)$ が生成する言語 $L(G)$ を与えよ．ただし， $P = \{S \rightarrow aSc \mid T, T \rightarrow bTc \mid \varepsilon\}$ であり， ε は空文字列を表す．
- (5) G が生成する言語 $L(G)$ を最終状態と空スタックで受理するプッシュダウンオートマトン $M = (K, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$ を考える．ただし， $K = \{q_0\}$ ， $\Sigma = \{a, b, c\}$ ， $\Gamma = \{a, b, c, S, T\}$ ， $Z_0 = S$ ， $F = \{q_0\}$ はそれぞれ，状態の集合，入力アルファベット，プッシュダウンストアのアルファベット，プッシュダウンストアの初期記号，最終状態の集合であり，状態遷移関係 δ は以下で与えられる．

$$\delta(q_0, \varepsilon, S) = \{(q_0, \alpha), (q_0, T)\}$$

$$\delta(q_0, \varepsilon, T) = \{(q_0, \beta), (q_0, \varepsilon)\}$$

$$\delta(q_0, a, a) = \{(q_0, \varepsilon)\}$$

$$\delta(q_0, b, b) = \{(q_0, \gamma)\}$$

$$\delta(q_0, c, c) = \{(q_0, \varepsilon)\}$$

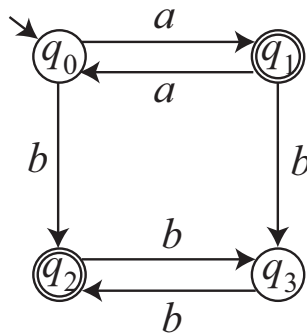
このとき， Γ 上の文字列 α, β, γ を与えよ．

6 分野から 2 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

Answer the following questions (【Q1】【Q2】).

【Q1】 Answer the following questions for the non-deterministic finite state automaton $M = (K, \Sigma, \delta, q_0, F)$ which has the following state transition diagram. Here $K = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, δ, q_0 , and $F = \{q_1, q_2\}$ represent the set of states, the alphabet, the transition relation, the initial state, and the set of final states, respectively.



- (1) Give the state transition when M accepts the string $aaaabbb$.
- (2) Give all strings of length at most 5 accepted by M .
- (3) Describe the strings in the language L_1 accepted by M .
- (4) Give a state transition diagram of a non-deterministic finite state automaton which has at most 4 states and accepts the language $L_2 = \{a^n b^m \mid n \geq 1, m \geq 1, n \text{ and } m \text{ are both odd numbers}\}$.
- (5) Describe the strings in the language $L_3 = \{a^n b^m \mid n \geq 0, m \geq 0\} \cap \overline{L_1} \cap \overline{L_2}$. Here, for any language L over Σ , \overline{L} represents the complement of L .

6 分野から 2 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【Q2】 Answer the following questions.

- (1) Give the set P_1 of production rules for a context free grammar $G_1 = (N_1, \Sigma_1, P_1, S_1)$ which generates the language $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$. Here $N_1 = \{S_1\}$, $\Sigma_1 = \{a, b\}$, and S_1 represent the set of non-terminal symbols, the set of terminal symbols, and the start symbol, respectively.
- (2) Consider the context free language $G_2 = (N_2, \Sigma_2, P_2, S_2)$, where $N_2 = \{S_2\}$, $\Sigma_2 = \{b, c\}$, and P_2 is obtained from P_1 by substituting a with b , b with c , and S_1 with S_2 . Give a set P_3 of production rules for a context free grammar $G_3 = (\{S_1, S_2, S_3\}, \{a, b, c\}, P_1 \cup P_2 \cup P_3, S_3)$ which generates $L(G_1) \cdot L(G_2) = \{xy \mid x \in L(G_1), y \in L(G_2)\}$.
- (3) Give the language $L(G_3)$ generated by G_3 .
- (4) Give $L(G)$ generated by the context free grammar $G = (\{S, T\}, \{a, b, c\}, P, S)$, where $P = \{S \rightarrow aSc \mid T, T \rightarrow bTc \mid \varepsilon\}$ and ε represents the empty string.
- (5) Consider the pushdown automaton $M = (K, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$ which accepts $L(G)$ with the final state and with empty stack. Here $K = \{q_0\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$, $\Gamma = \{a, b, c, S, T\}$, $Z_0 = S$, and $F = \{q_0\}$ are the set of states, the input alphabet, the alphabet for the pushdown stack (pushdown store), the start symbol for the pushdown stack, and the set of final states, respectively. The transition relation δ is given as follows:

$$\delta(q_0, \varepsilon, S) = \{(q_0, \alpha), (q_0, T)\}$$

$$\delta(q_0, \varepsilon, T) = \{(q_0, \beta), (q_0, \varepsilon)\}$$

$$\delta(q_0, a, a) = \{(q_0, \varepsilon)\}$$

$$\delta(q_0, b, b) = \{(q_0, \gamma)\}$$

$$\delta(q_0, c, c) = \{(q_0, \varepsilon)\}$$

Give strings α , β , and γ over Γ .

6 分野から 2 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

4. 【電磁気学 (Electromagnetism) 分野】

【問 1】～【問 3】から 2 問 を選び、解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入せよ。

【問 1】図 1 に示すように、面積 A の 2 つの平板導体が間隔 t で設置された平行平板コンデンサがある。極板間は誘電率 $\varepsilon(x)$ を有する誘電体で満たされている。真空の誘電率を ε_0 とする。

$$\varepsilon(x) = \varepsilon_0 + kx \quad (k > 0, 0 \leq x \leq t)$$

一方の電極に $+Q$ を、もう一方の電極に $-Q$ の電荷を与えた。ただし、端効果は無視する。

- (1) 極板間の電束密度の大きさ $D(x)$ を求めよ。
- (2) 極板間の電界の大きさ $E(x)$ を求めよ。
- (3) 極板間の分極の大きさ $P(x)$ を求めよ。
- (4) 誘電体中の静電エネルギー密度を求めよ。また、コンデンサに蓄積されるエネルギーを求めよ。

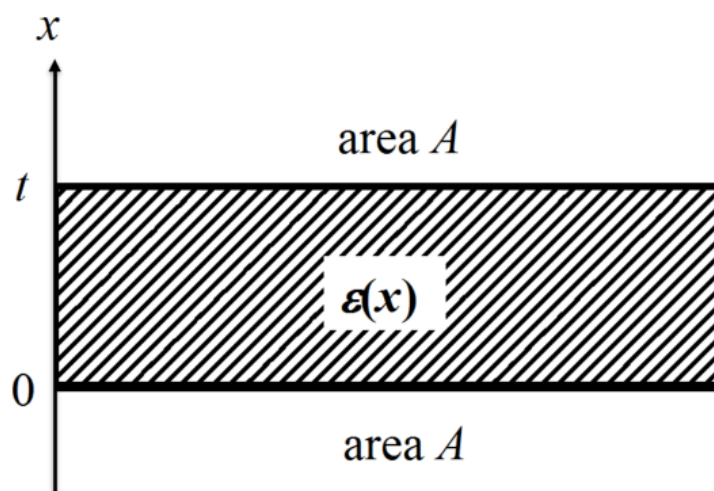


図 1

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【問2】図2に示すように、無限長の直線導体が点 $Q(0, 0, h)$ を通り、 y 軸と平行に真空中に置かれている。直線導体には y 軸の負の向きに直流電流 I が流れている。長辺の長さが l 、短辺の長さが b の長方形コイルが点 $P(x, 0, 0)$ を中心として、 $x - y$ 平面上に、その長辺が y 軸と平行になるよう置かれている。長方形コイルを一定の速さ v で x 軸の正の向きに動かす。 $b \ll l, b \ll h$ とし、長方形コイル面上では磁束密度は一定とする。真空の透磁率を μ_0 とする。

- (1) 点 $P(x, 0, 0)$ における磁束密度の z 成分 $B_z(x)$ を求めよ。
- (2) 長方形コイルを貫く磁束の大きさ $\Phi(x)$ を求めよ。
- (3) 長方形コイルに生じる起電力 $V(x)$ を求めよ。
- (4) 長方形コイルに生じる起電力 $V(x)$ が最大値もしくは最小値をとる時の全ての x の値を求めよ。

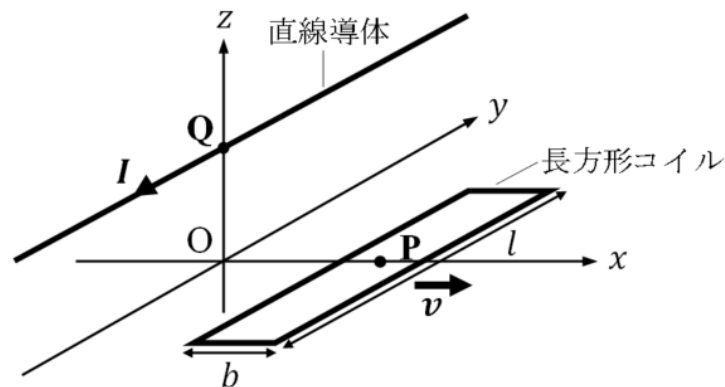


図2

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【問 3】 図 3 に示すように，半径が a の内部導体と，半径が b で厚さの無視できる外部導体により同軸ケーブルが構成されており，ケーブルの一端は抵抗 R に接続されている．また，導体間には透磁率が μ ，誘電率が ε の絶縁体が挿入されている．同軸ケーブルの内外導体に電流 I が導体内を一様に流れ，導体間には電圧 $V = IR$ が発生している．導体内の透磁率を μ_0 とする．

- (1) 内部導体内 ($0 < r < a$)，及び絶縁体内 ($a < r < b$) での磁界の強さ $H(r)$ を求めよ．ただし， r は内部導体の中心からの距離である．
- (2) 内部導体内，及び絶縁体内に蓄えられる単位長さ当たりの磁気エネルギー U_m を求め，これより同軸ケーブルの単位長さ当たりの自己インダクタンス L を求めよ．
- (3) 絶縁体内 ($a < r < b$) の電界の強さ $E(r)$ を求めよ．
- (4) ポインティングベクトルを用いて同軸ケーブルにより伝送されている電力 P を求め， $P = I^2 R$ となることを示せ．

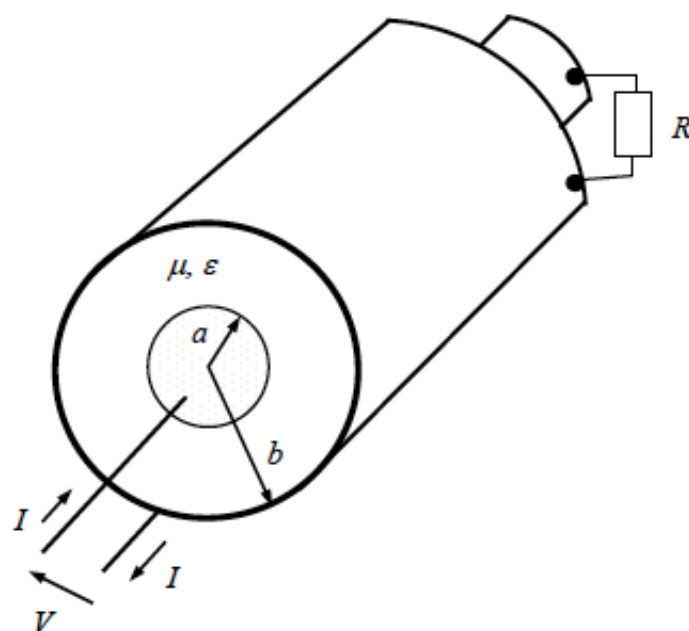


図 3

6 分野から 2 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

Select two out of the three questions 【Q1】 ~ 【Q3】 and write the number of the selected question on the answer sheet.

【Q1】 A parallel plate capacitor consists of two conducting plates of the area A set with the separation t as shown in Fig. 1. A dielectric of the permittivity $\varepsilon(x)$ is filled between the plates. The permittivity of the vacuum is ε_0 . Neglect the edge effect.

$$\varepsilon(x) = \varepsilon_0 + kx \quad (k > 0, 0 \leq x \leq t)$$

A charge $+Q$ is placed on one plate and $-Q$ on the other.

- (1) Give the magnitude of the electric flux density $D(x)$ between the plates.
- (2) Give the magnitude of the electric field $E(x)$ between the plates.
- (3) Give the magnitude of the polarization $P(x)$ between the plates.
- (4) Give the electrostatic energy density in the dielectric. Give the energy stored in the capacitor.

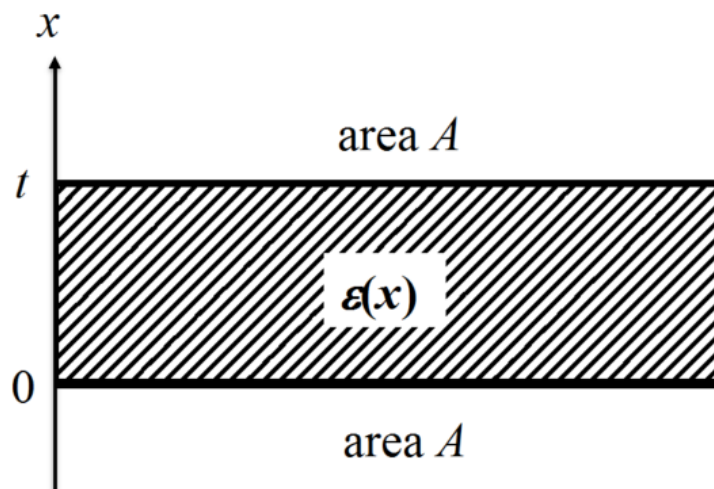


Fig. 1

6 分野から 2 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【Q2】 A straight conductor with infinite length is set parallel to the y axis and passes through the point $Q(0, 0, h)$, as shown in Fig. 2. A DC current I flows in the conductor in the negative y direction. A rectangular coil with sides of length l and b is placed in the $x - y$ plane, and the long sides are parallel to the y axis. The center of the rectangular coil is at the point $P(x, 0, 0)$. The coil slides with a constant speed v in the positive x direction. Here, $b \ll l$, and $b \ll h$. Thus we assume that the magnetic flux density is uniform over the rectangular coil. The permeability of the vacuum is μ_0 .

- (1) Give the z component of the magnetic flux density $B_z(x)$ at the point $P(x, 0, 0)$.
- (2) Give the magnitude of the magnetic flux $\Phi(x)$ that interlinks with the coil.
- (3) Give the electromotive force $V(x)$ induced in the coil.
- (4) Give all values of x where the electromotive force $V(x)$ induced in the coil becomes maximum or minimum.

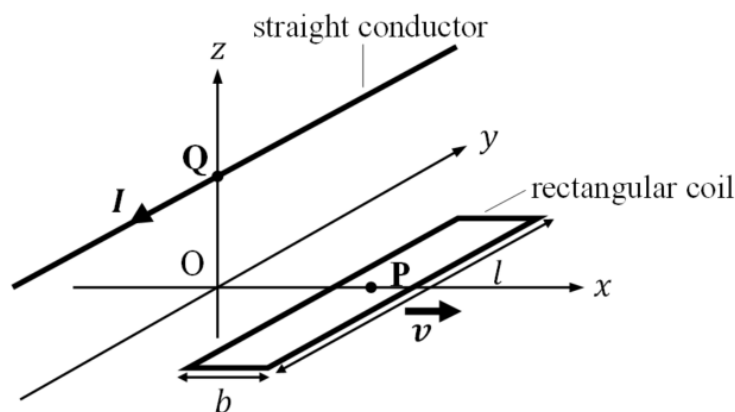


Fig. 2

6 分野から 2 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【Q3】 As shown in Fig. 3, there is a co-axial cable consisting of an inner conductor with radius a and an outer conductor with radius b , where thickness of the outer conductor can be neglected. Resistance R is connected between the conductors at one terminal of the co-axial cable. An insulator with permeability μ and permittivity ε is inserted between the conductors. Current I is flowing uniformly in the conductors, and the voltage $V = IR$ is generated between the conductors. Permeability of the conductor is μ_0 .

- (1) Give the magnetic field $H(r)$ in the inner conductor ($0 < r < a$) and the insulator ($a < r < b$). Here, r is distance from the center of the inner conductor.
- (2) Give the magnetic energy U_m stored in the inner conductor and insulator per unit length. Give the inductance L of the co-axial cable per unit length.
- (3) Give the electric field $E(r)$ in the insulator ($a < r < b$).
- (4) Give the electric power P transmitted by the co-axial cable by using the Poynting vector. Show that P is given by $P = I^2 R$.

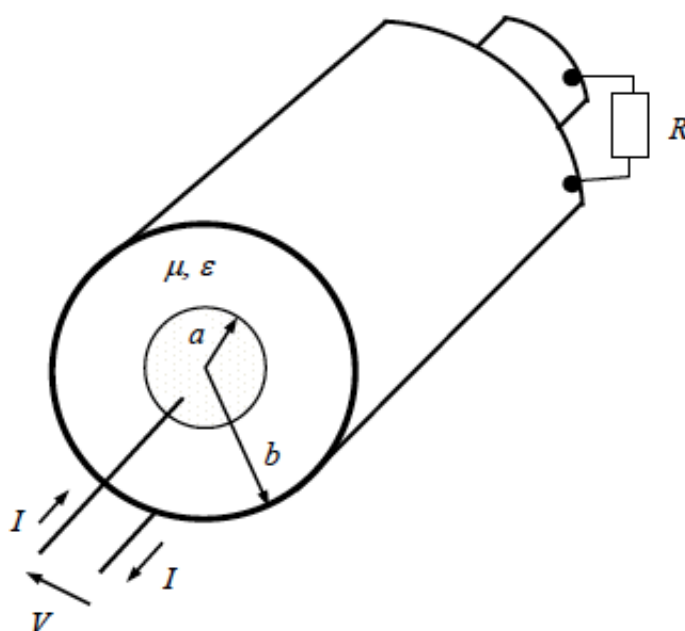


Fig. 3

6 分野から 2 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

5. 【アルゴリズム / プログラミング (Algorithms and programming) 分野】

次の各問い (【問 1】【問 2】) に答えよ。

【問 1】 図 1 に max-heap を扱うアルゴリズムを示す。配列 $A[1..A.length]$ ($A.length$ は配列 A に含まれるデータ数) が max-heap を表現するとは、配列 A が次の条件を満たす時である。

$$A[\text{Parent}(i)] \geq A[i] \quad (2 \leq i \leq A.length)$$

即ち、根 ($A[1]$) 以外の節点 i の値が、その節点 i の親 $\text{Parent}(i)$ の値以下の時である。

以下の問に答えよ。

- (1) 配列 $A = \{23, 17, 14, 6, 13, 10, 1, 5, 6, 12\}$ は max-heap になるか。理由も述べよ。
- (2) 配列 $A = \{25, 18, 5, 16, 15, 10, 3, 12, 7, 11, 4, 8, 6, 1\}$ に対する $\text{MaxHeapify}(A, 3)$ の動作を示せ。
- (3) 図 1 のアルゴリズムの記法にならって、配列 A をヒープソートでソートする手続き $\text{HeapSort}(A)$ を記述せよ。

```
Parent(i)
  return  $\lfloor i/2 \rfloor$ 
```

```
Left(i)
  return  $2*i$ 
```

```
Right(i)
  return  $2*i + 1$ 
```

```
MaxHeapify(A, i)
  l  $\leftarrow$  Left(i)
  r  $\leftarrow$  Right(i)
  if  $l \leq A.heapSize$  &&  $A[l] > A[i]$ 
    largest  $\leftarrow$  l
  else largest  $\leftarrow$  i
  if  $r \leq A.heapSize$  &&  $A[r] > A[largest]$ 
    largest  $\leftarrow$  r
  if largest  $\neq$  i
    exchange  $A[i]$  with  $A[largest]$ 
    MaxHeapify(A, largest)
```

```
BuildMaxHeap(A)
  A.heapSize  $\leftarrow$  A.length
  for i  $\leftarrow$   $\lfloor A.length/2 \rfloor$  downto 1
    MaxHeapify(A, i)
```

専門科目 (Special subjects)

(31 枚中の 23)

6 分野から 2 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【問 2】 以下は Peterson の相互排他のためのアルゴリズムを擬似コードで記述したものである。

```
req[0] = 0
req[1] = 0
//2 つの並行プロセス P0 と P1 を起動する。
//プロセス P0                                     //プロセス P1
req[0] = 1                                         req[1]=1
turn = A                                           turn = C
while( req[1] && turn == B );                       while( req[0] && turn == D );
[critical section]                                 [critical section]
req[0]=0                                           req[1]=0
```

以下の問に答えよ。

- (1) Peterson のアルゴリズムの相互排他の動作を説明せよ。
- (2) A, B, C, D に、適切な数字 (0 または 1) を入れよ。
- (3) 2 つの変数 req と turn の役割について述べよ。

6 分野から 2 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

Answer the following questions (【Q1】【Q2】).

【Q1】 Figure 1 shows algorithms handling a **max-heap**. When array $A[1..A.length]$ satisfies the following condition, array A represents **max-heap**, where $A.length$ means the number of elements included in array A .

$$A[\text{Parent}(i)] \geq A[i] \quad (2 \leq i \leq A.length)$$

This means, the value of a node i other than the root $A[1]$ is at most the value of its parent $\text{Parent}(i)$.

Answer the following questions.

- (1) Is the array $A = \{23, 17, 14, 6, 13, 10, 1, 5, 6, 12\}$ a **max-heap**? Explain the reason.
- (2) Illustrate the operation of $\text{MaxHeapify}(A, 3)$ on the array $A = \{25, 18, 5, 16, 15, 10, 3, 12, 7, 11, 4, 8, 6, 1\}$.
- (3) Define a procedure $\text{HeapSort}(A)$ that sorts elements in array A by heapsort, according to the descriptive method in the algorithms shown in Figure 1.

```
Parent(i)
  return  $\lfloor i/2 \rfloor$ 

Left(i)
  return  $2*i$ 

Right(i)
  return  $2*i + 1$ 

MaxHeapify(A, i)
  l  $\leftarrow$  Left(i)
  r  $\leftarrow$  Right(i)
  if  $l \leq A.heapSize$  &&  $A[l] > A[i]$ 
    largest  $\leftarrow$  l
  else largest  $\leftarrow$  i
  if  $r \leq A.heapSize$  &&  $A[r] > A[largest]$ 
    largest  $\leftarrow$  r
  if largest  $\neq$  i
    exchange  $A[i]$  with  $A[largest]$ 
    MaxHeapify(A, largest)

BuildMaxHeap(A)
  A.heapSize  $\leftarrow$  A.length
  for i  $\leftarrow$   $\lfloor A.length/2 \rfloor$  downto 1
    MaxHeapify(A, i)
```

Figure 1

専門科目 (Special subjects)

(31 枚中の 25)

6 分野から 2 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【Q2】 The following is a pseudo-code describing Peterson's mutual exclusion algorithm.

```
req[0] = 0
req[1] = 0
//Invoke two concurrent processes: P0 and P1
//Process P0                                //Process P1
req[0] = 1                                    req[1]=1
turn = A                                      turn = C
while( req[1] && turn == B );                while( req[0] && turn == D );
[critical section]                          [critical section]
req[0]=0                                     req[1]=0
```

Answer the following questions.

- (1) Explain mutual exclusion behavior of the Peterson's algorithm.
- (2) Assign 0 or 1 to A, B, C, and D.
- (3) Explain the roles of two variables req and turn.

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

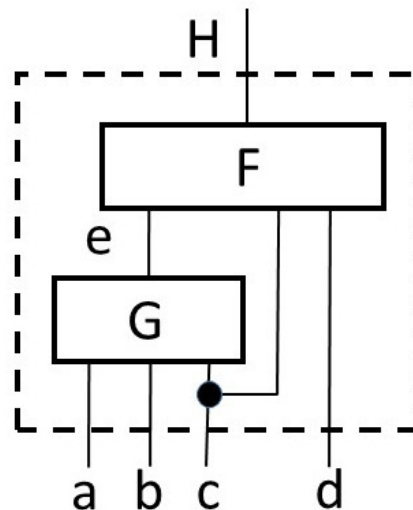
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

6. 【計算機アーキテクチャ(Computer architecture) 分野】

次の各問い(【問1】～【問3】)に答えよ。

【問1】以下の真理値表で与えられた論理関数 $H(a, b, c, d)$ を図で示されるように2つの関数 $G(a, b, c)$ および $F(c, d, e)$ を使って実現することを考える。図に示されるように、 e は関数 G の出力に接続しているものとする。 F および G の真理値表を示せ。

a	b	c	d	H	a	b	c	d	H
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
0	1	0	0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	1	0	1	1	0	1	0
0	1	1	0	1	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1



専門科目 (Special subjects)

(31 枚中の 27)

6 分野から 2 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【問 2】あるプロセッサにおいて、以下の 4 種類の命令タイプを実装することを考える。各命令タイプの命令実行の各ステップにおける所要時間は下表の通りとする。

命令タイプ (命令例)	ステップ				
	命令フェッチ	レジスタ 読出し	ALU 演算	データメモリ アクセス	レジスタ 書込み
ロード命令 (lw)	Y ps	X ps	300ps	Y ps	X ps
ストア命令 (sw)	Y ps	X ps	300ps	Y ps	
演算命令 (and/or/add)	Y ps	X ps	300ps		X ps
分岐命令 (beq/bne)	Y ps	X ps	400ps		

- (1) このプロセッサの構成方式としてシングルサイクル・データパス方式 (1 命令の実行を 1 クロックサイクルで実行する方式) を採用した場合のクロックサイクル時間は 2.9ns になった。また、命令パイプライン処理方式 (上記の各ステップを 1 パイプラインステージとし、1 ステージを 1 クロックサイクルで実行する方式) を採用した場合のクロックサイクル時間は 0.8ns になった。レジスタアクセスよりもメモリアクセスの方がアクセス時間が長いと仮定して、上記の X と Y を求めよ。
- (2) シングルサイクル・データパス方式および命令パイプライン処理方式を採った場合の各命令タイプの実行所要時間 (単位は ns) および実行所要クロックサイクル数を求めよ。
- (3) 上記 2 種類の異なるプロセッサ構成方式を採用したプロセッサそれぞれにおいて以下のプログラムを実行した際のプログラム実行時間 (単位は ns) を求めよ。なお、命令パイプライン処理においてデータハザードを考慮する必要はない。

```
lw $2, 20($1) (R2 Memory[R1+20])
and $12, $2, $5 (R12 R2 R5)
or $13, $6, $2 (R13 R6 R2)
add $14, $2, $2 (R14 R2 + R2)
sw $15, 100($13) (R15 Memory[R13+100])
sw $12, 104($2) (R12 Memory[R2+104])
```

専門科目 (Special subjects)

(31枚中の28)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

- (4) 上記(3)のプログラムにはフロー依存関係が存在する。どの命令がどの命令にどのレジスタ(データ)に関して依存しているかをすべて列挙せよ。
- (5) 上記(4)のフロー依存関係のうち、命令パイプライン処理で実行した際に実際にデータハザードを生じさせるものを示せ。
- (6) 上記(5)のデータハザードを以下の方式によって対処した場合の上記(3)のプログラムの実行時間(単位はns)を求めよ。
- パイプラインストールのみ
 - データフォワードリング+パイプラインストール

【問3】 マイクロプロセッサ・チップに搭載された2ウェイ・セットアソシアティブ・キャッシュについて考える。データ語長は4バイト、キャッシュ・サイズは16バイト、ブロック・サイズは4バイト、アドレス長は4ビット、キャッシュの初期状態は空であり、以下に示すワードアドレス(2進表現)に対してメモリアクセスが順次発生したとする。

1101 ⇒ 1011 ⇒ 1101 ⇒ 1111 ⇒ 1101 ⇒ 1100 ⇒ 1111 ⇒ 0001 ⇒ 1111 ⇒ 1100

次の各問いに答えよ。

- FIFO (First In First Out) ブロック置換ポリシの場合のキャッシュヒット率を求めよ。
- LRU (Least Recently Used) ブロック置換ポリシの場合のキャッシュヒット率を求めよ。
- FIFO ブロック置換ポリシよりも LRU ブロック置換ポリシの方が高いキャッシュヒット率となる理由をメモリ参照の局所性の観点から説明せよ。

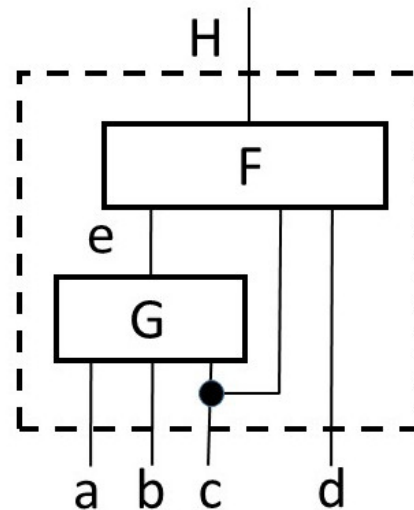
6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

Answer the following questions (【Q1】 ~ 【Q3】).

【Q1】 Let $H(a, b, c, d)$ be a logic function whose truth table is shown below. Consider that H is composed of other subfunctions $G(a, b, c)$ and $F(c, d, e)$ as shown in the figure below. Show the truth tables of F and G .

a	b	c	d	H	a	b	c	d	H
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
0	1	0	0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	1	0	1	1	0	1	0
0	1	1	0	1	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1



専門科目 (Special subjects)

(31 枚中の 30)

6 分野から 2 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【Q2】 Let us consider that we implement the following four types of instructions for a processor.

Assume that each step of the instruction execution requires the following time.

Instruction types (examples)	Steps				
	Instruction fetch	Register read	ALU operation	Data memory access	Register write
Load(lw)	Y ps	X ps	300ps	Y ps	X ps
Store(sw)	Y ps	X ps	300ps	Y ps	
ALU(and/or/add)	Y ps	X ps	300ps		X ps
Branch(beq/bne)	Y ps	X ps	400ps		

- (1) If the single-cycle datapath implementation, where each instruction is executed in a single clock cycle, is used for implementing the processor above, the clock-cycle time is 2.9ns. On the other hand, if the pipelined datapath implementation, where each step of the instruction execution corresponds to a pipeline stage and each stage is performed in a single clock cycle and in a pipelining fashion, is used for implementing the processor, the clock-cycle time is 0.8ns. Compute X and Y, assuming that the memory access time is longer than the register access time.
- (2) For the single-cycle datapath and pipelined datapath implementations, compute the execution time for each instruction type (unit: ns) and the number of clock cycles required for each instruction type.
- (3) For each of the two processor implementations above, compute the program execution time (unit: ns) for the following program. Ignore any data hazards which could occur in the pipelined datapath.

```

lw $2, 20($1) ( R2 Memory [R1+20] )
and $12, $2, $5 ( R12 R2 R5 )
or $13, $6, $2 ( R13 R6 R2 )
add $14, $2, $2 ( R14 R2 + R2 )
sw $15, 100($13) ( R15 Memory [R13+100] )
sw $12, 104($2) ( R12 Memory [R2+104] )
    
```

専門科目 (Special subjects)

(31 枚中の 31)

6 分野から 2 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

-
- (4) There are data dependencies in the program above. Identify all these data dependencies by describing which instruction depends on which instruction through which register.
- (5) Show which data dependencies actually cause data hazards in the pipelined datapath.
- (6) Compute the actual program execution time (unit: ns) when all the data hazards above are resolved by means of
- pipeline stall only,
 - data forwarding and pipeline stall.

【Q3】 Consider a two-way set-associative cache memory implemented in a microprocessor chip. Assume that the data word size is 4 bytes, the cache size is 16 bytes, the block size is 4 bytes, the address width is 4 bits, and the cache is initially empty. Suppose we have the following sequence of memory references given as word addresses (represented in the binary numeral system).

1101 \Rightarrow 1011 \Rightarrow 1101 \Rightarrow 1111 \Rightarrow 1101 \Rightarrow 1100 \Rightarrow 1111 \Rightarrow 0001 \Rightarrow 1111 \Rightarrow 1100

Answer the following questions.

- (1) Find the cache hit rate by assuming the FIFO (First In First Out) block replacement policy.
- (2) Find the cache hit rate by assuming the LRU (Least Recently Used) block replacement policy.
- (3) Explain the reasons why the LRU block replacement policy can achieve a higher cache hit rate than the FIFO block replacement policy from the viewpoint of locality of memory references.