

九州大学大学院システム情報科学府

情 報 学 専 攻

情報知能工学専攻

平成26年度入学試験問題

【平成25年8月22日（木）、23日（金）】

数学 (Mathematics)

(7 枚中の 1)

解答上の注意 (Instructions):

- 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。
Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.
- 問題用紙は表紙を含め 7 枚，解答用紙は 3 枚つづり (1 分野につき 1 枚) である。
You are given 7 problem sheets including this cover sheet, and 3 answer sheets (1 sheet for each field).
- 以下の 6 分野から 3 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the following 6 fields and answer the questions. You must use a separate answer sheet for each of the fields you selected.

	分野	field	page
1	線形代数	Linear algebra	2
2	微分方程式	Differential equation	3
3	ベクトル解析	Vector analysis	4
4	複素関数論	Complex function theory	5
5	確率・統計	Probability and statistics	6
6	記号論理学	Symbolic logic	7

- 解答用紙の全部に，専攻名，コース名 (情報学専攻を除く)，選択分野番号 (で囲む)，受験番号および氏名を記入すること。
Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the department name, course name (except the department of informatics), the selected field number (mark with a circle), your examinee number and your name.
- 解答は解答用紙に記入すること。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが，その場合は，裏面に解答があることを明記すること。
Write your answers on the answer sheets. You may use the back of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate it clearly on the sheet.

数学 (Mathematics)

(7枚中の2)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

1. 【線形代数 (Linear algebra) 分野】

以下では、 $n \times n$ の実行列についてのみ考える。行列 A の対角成分の和を A のトレースと呼び、 $\text{Tr}(A)$ と表す。以下の各問に答えよ。

- (1) 任意の行列 A と B に対し、 $\text{Tr}(AB) = \text{Tr}(BA)$ が成り立つことを示せ。
- (2) 任意の行列 A と任意の正則行列 B に対し、 $\text{Tr}(B^{-1}AB) = \text{Tr}(A)$ が成り立つことを示せ。
- (3) 固有値がすべて非負の対称行列 A に対し、 $\text{Tr}(A^2) \leq \text{Tr}(A)^2$ が成り立つことを示せ。
- (4) 任意の2つの対称行列 A と B に対し、 $\text{Tr}(AB)^2 \leq \text{Tr}(A^2)\text{Tr}(B^2)$ が成り立つことを示せ。

In what follows, we only consider $n \times n$ real matrices. The diagonal sum of a matrix A is called the trace of A and denoted by $\text{Tr}(A)$. Answer the following questions.

- (1) Show that $\text{Tr}(AB) = \text{Tr}(BA)$ holds for any matrices A and B .
- (2) Show that $\text{Tr}(B^{-1}AB) = \text{Tr}(A)$ holds for any matrix A and any regular matrix B .
- (3) Show that $\text{Tr}(A^2) \leq \text{Tr}(A)^2$ holds for any symmetric matrix A whose eigenvalues are all non-negative.
- (4) Show that $\text{Tr}(AB)^2 \leq \text{Tr}(A^2)\text{Tr}(B^2)$ holds for any symmetric matrices A and B .

数学 (Mathematics)

(7枚中の3)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

2. 【微分方程式 (Differential equation) 分野】

次の微分方程式の一般解を求めよ。なお、 y' は関数 $y(x)$ の x に関する1階導関数を表している。

(1) $3y' + \frac{y}{x} = \frac{x}{y^2}$

(2) $y'' = \sqrt{4 + (y')^2}$

Find general solutions to the following differential equations. Here, y' denotes the derivative of first order with respect to x for a function $y(x)$.

(1) $3y' + \frac{y}{x} = \frac{x}{y^2}$

(2) $y'' = \sqrt{4 + (y')^2}$

数学 (Mathematics)

(7枚中の4)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

3. 【ベクトル解析 (Vector analysis) 分野】

直交座標系において, x, y, z 軸方向の単位ベクトルをそれぞれ i, j, k とする。次の各問に答えよ。

(1) ベクトル場を $\mathbf{F} = 3ui + u^2\mathbf{j} + (u + 2)\mathbf{k}$, および $\mathbf{V} = 2ui - 3uj + (u - 2)\mathbf{k}$ とする。

$$\int_0^2 (\mathbf{F} \times \mathbf{V}) du \text{ を計算せよ。}$$

(2) ベクトル場 $\mathbf{A} = 18z\mathbf{i} - 12\mathbf{j} + 3y\mathbf{k}$ について, 次の面 S に対する \mathbf{A} の面積分を計算せよ。

$$S: 2x + 3y + 6z = 12 \quad (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0)$$

The unit vectors on x, y and z axes of Cartesian coordinates are denoted \mathbf{i}, \mathbf{j} and \mathbf{k} , respectively. Answer the following questions.

(1) Let the vector field $\mathbf{F} = 3ui + u^2\mathbf{j} + (u + 2)\mathbf{k}$ and $\mathbf{V} = 2ui - 3uj + (u - 2)\mathbf{k}$.

$$\text{Evaluate } \int_0^2 (\mathbf{F} \times \mathbf{V}) du.$$

(2) Evaluate the surface integral for the vector field $\mathbf{A} = 18z\mathbf{i} - 12\mathbf{j} + 3y\mathbf{k}$, along the following surface S .

$$S: 2x + 3y + 6z = 12 \quad (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0)$$

数学 (Mathematics)

(7枚中の5)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

4. 【複素関数論 (Complex function theory) 分野】

正則関数 $f(z)$ を考える。ただし z は複素数, $i = \sqrt{-1}$ とする。次の各問に答えよ。

- (1) $\operatorname{Re}(f(z))$ は, $f(z)$ の実部である。 $\operatorname{Re}(f(z)) = \sin x \cosh y$ で表されるとき, $f(z)$ を求めよ。ただし, $z = x + iy$, x と y は実数である。
- (2) 問(1)で求めた $f(z)$ について考える。方程式 $f(z) = 0$ を解け。

Consider the holomorphic function $f(z)$, where z is the complex number and $i = \sqrt{-1}$.

Answer the following questions.

- (1) Let $\operatorname{Re}(f(z))$ be the real part of the function $f(z)$. Suppose $\operatorname{Re}(f(z)) = \sin x \cosh y$, where $z = x + iy$, and x and y are real numbers. Then, find a formula for the function $f(z)$.
- (2) Consider the function $f(z)$ which is obtained in Question (1). Then, solve the equation $f(z) = 0$.

数学 (Mathematics)

(7枚中の6)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

5. 【確率・統計 (Probability and statistics) 分野】

連続確率変数 X の確率密度関数は

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda(x+2)} & (x \geq -2) \\ 0 & (x < -2) \end{cases} \quad (\text{i})$$

で与えられるものとする。ただし $\lambda \geq 1$ とする。以下の各問に答えよ。

- (1) X の期待値および分散を求めよ。
- (2) X の値が負となる確率を求めよ。
- (3) (i) 式の確率密度関数に従う試行を独立に10回行う。10回の試行において、負の値が2回以上出現する確率は0.99以上であるか否か、理由とともに答えよ。

Let X be a continuous random variable of which the probability density function is given by

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda(x+2)} & (x \geq -2) \\ 0 & (x < -2) \end{cases} \quad (\text{i})$$

where $\lambda \geq 1$. Answer the following questions.

- (1) Derive the expectation and variance of X .
- (2) Derive the probability that X is negative.
- (3) Consider 10 independent trials according to the probability density function (i). Establish if negative values appear at least twice in the 10 trials with probability at least 0.99.

数学 (Mathematics)

(7枚中の7)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

6. 【記号論理学 (Symbolic logic) 分野】

- (1) シーケント $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow C, \neg C \vdash \neg A \vee B$ を自然演繹法で証明せよ。
 - (2) $F = \forall x(P(x) \vee Q(x)) \wedge \neg(\exists x\neg Q(x) \rightarrow \exists xP(x))$ とする。
 - (a) x の領域を $\{1, 2\}$ とするとき, F を命題論理式で表せ。
 - (b) 求めた命題論理式の充足不能性を導出法により証明せよ。
 - (3) 単位節 L を含む命題節集合 S に対し, S から L を含む節を全て除去し, 残りの節から $\neg L$ の出現を除去した結果を $S(L)$ とする。
 - (a) 命題節集合 $S_1 = \{A \vee B, \neg A \vee C, A, D \vee E\}$ に対し, $S_1(A)$ を求めよ。
 - (b) S_1 が充足可能 $\Leftrightarrow S_1(A)$ が充足可能であることを示せ。
-
- (1) Prove by natural deduction the sequent $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow C, \neg C \vdash \neg A \vee B$.
 - (2) Let $F = \forall x(P(x) \vee Q(x)) \wedge \neg(\exists x\neg Q(x) \rightarrow \exists xP(x))$.
 - (a) Let the domain of x be $\{1, 2\}$. Represent F by an equivalent propositional formula.
 - (b) Show by resolution that the obtained propositional formula is unsatisfiable.
 - (3) For a propositional clause set S containing a unit clause L , let $S(L)$ be like S except that all clauses containing L have been removed, and from the remaining clauses, all occurrences of $\neg L$ have been deleted.
 - (a) Given a propositional clause set $S_1 = \{A \vee B, \neg A \vee C, A, D \vee E\}$, obtain $S_1(A)$.
 - (b) Show that S_1 is satisfiable $\Leftrightarrow S_1(A)$ is satisfiable.

専門科目 (Special subjects)

(25枚中の1)

解答上の注意 (Instructions):

1. 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。

Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.

2. 問題用紙は表紙を含め25枚，解答用紙は3枚つづり2部(1分野につき1部)である。

You are given 25 problem sheets including this cover sheet, and 2 sets of 3 answer sheets (1 set for each field).

3. 以下の6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the following 6 fields and answer the questions. You must use a separate set of answer sheets for each of the fields you selected, and use a separate answer sheet for each question.

	分野	field	page
1	電気回路	Circuit theory	2
2	情報理論	Information theory	6
3	オートマトンと言語	Automata and formal languages	10
4	電磁気学	Electromagnetism	12
5	アルゴリズム/プログラミング	Algorithms and programming	16
6	計算機アーキテクチャ	Computer architecture	20

4. 解答用紙の全部に，専攻名，コース名(情報知能工学専攻のみ)，選択分野名，受験番号，氏名および問題番号を記入すること。

Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the department name, the course name (only for the department of advanced information technology), the selected field, your examinee number, your name, and the question number.

5. 解答は解答用紙に記入すること。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが，その場合は，裏面に解答があることを明記すること。

Write your answers on the answer sheets. You may use the back of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate it clearly on the sheet.

専門科目 (Special subjects)

(25枚中の2)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

1. 【電気回路 (Circuit theory) 分野】

【問1】～【問4】から2問を選び、解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入せよ。

【問1】 図1の回路について、次の各問いに答えよ。ただし、図中の数値の単位は Ω である。

- (1) 電源電圧 E と電流 I_c の位相差 $\arg\left(\frac{E}{I_c}\right)$ を θ とする。 $\tan\theta$ の値を求めよ。
- (2) 端子対 1-1' 間にインピーダンス Z を接続すると、電源電圧 E と電流 I の位相が等しくなり、回路全体での平均電力が接続する前の値の3倍になった。インピーダンス Z の値を求めよ。

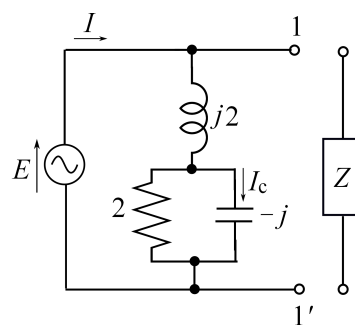


図1

【問2】 図2の回路において、次の各問いに答えよ。

- (1) 端子対 1-1' および 2-2' を持つ2端子対回路 N (点線で囲まれた部分) のアドミタンス行列 Y を求めよ。
- (2) 2端子対回路 N のインピーダンス行列 Z を求めよ。
- (3) $J_1 = 10\sin t$ [A], $J_2 = 5\sin(t + \frac{\pi}{2})$ [A] であるとき、2端子対回路 N で消費される平均電力を求めよ。

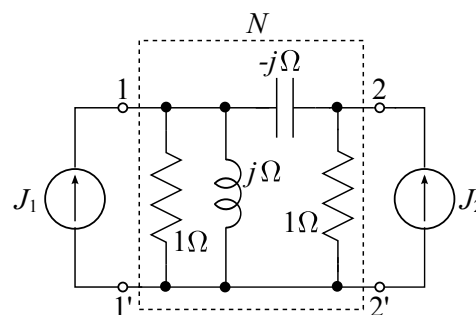


図2

専門科目 (Special subjects)

(25枚中の3)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【問3】 図3の回路について、次の各問いに答えよ。ただし、電源の角周波数 $\omega = 500 \text{ rad/s}$, $R_1 = 1 \Omega$, $L_1 = 0.002 \text{ H}$, $C_1 = 0.002 \text{ F}$ とする。

- (1) 端子対 1-1' 間を、開放電圧 V_0 , 内部インピーダンス Z_0 の等価回路と考えるとき, Z_0 を求めよ。
- (2) 端子対 1-1' 間に、抵抗 R_2 と容量 C_2 を直列に接続するとき, R_2 で消費される電力が最大となる R_2 と C_2 を求めよ。

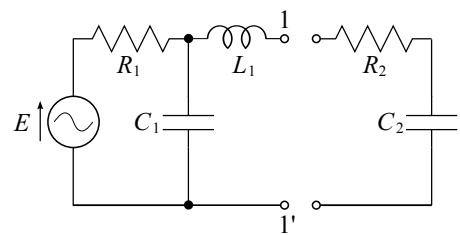


図3

【問4】 図4の回路について、次の各問いに答えよ。

- (1) スイッチ S_2 を開いた状態で, $t = 0$ でスイッチ S_1 を閉じる. $t > 0$ における電流 $i(t)$ を求めよ. ただし, $i(0) = 0$ とする.
- (2) スイッチ S_2 を開いた状態で, $t = 0$ でスイッチ S_1 を閉じた後, 定常状態となる前の時刻 $t = t_1$ においてスイッチ S_2 を閉じると, 電流 $i(t)$ は即座に定常状態となった. このときの抵抗 R_3 を求めよ.

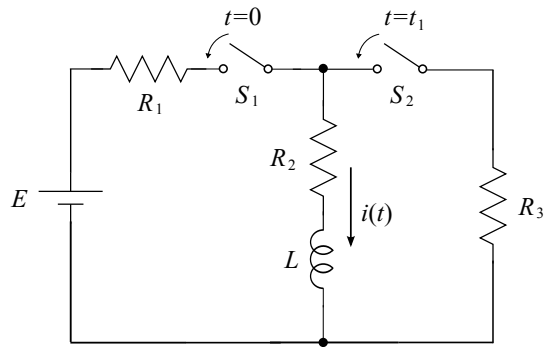


図4

専門科目 (Special subjects)

(25枚中の4)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

Select **two** out of the four questions **【Q1】** ~ **【Q4】** and write the number of the selected question on the answer sheet.

【Q1】 Consider the circuit shown in Fig. 1, where the values of elements in the figure are in Ohms.

- (1) In the figure, let the phase difference $\arg\left(\frac{E}{I_c}\right) = \theta$. Find the value of $\tan\theta$.
- (2) If the impedance Z is connected to the terminal pair 1-1', the phase difference $\arg\left(\frac{E}{I}\right) = 0$, and the average power consumption in the whole circuit becomes three times of that the Z was not connected. Find the value of Z .

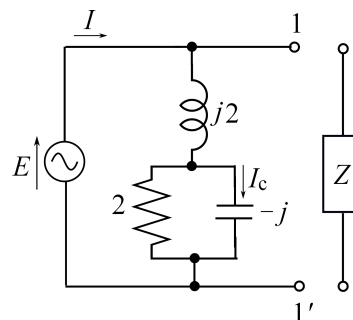


Fig. 1

【Q2】 Consider the circuit shown in Fig. 2.

- (1) Find admittance matrix Y between terminal pairs 1-1', 2-2' which is inside the broken lines N .
- (2) Find impedance matrix Z between terminal pairs 1-1', 2-2'.
- (3) Suppose that $J_1 = 10\sin t$ [A] and $J_2 = 5\sin\left(t + \frac{\pi}{2}\right)$ [A]. Find the average power absorbed by the two-port circuit N .

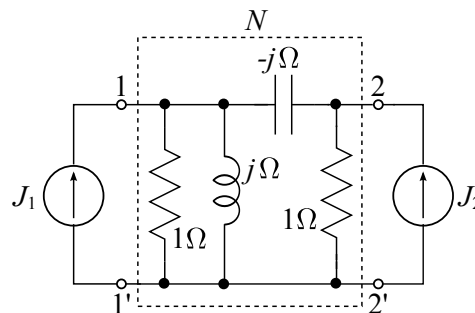


Fig. 2

専門科目 (Special subjects)

(25枚中の5)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【Q3】 Consider the circuit shown in Fig. 3, where the angular frequency $\omega = 500$ rad/s, $R_1 = 1 \Omega$, $L_1 = 0.002$ H, and $C_1 = 0.002$ F.

- (1) Find the internal impedance Z_0 when the one-port circuit with terminals 1-1' is equivalent to the voltage source with the open voltage V_0 and the internal impedance Z_0 .
- (2) The resistive load R_2 and the capacitance C_2 are connected in series between the terminals 1-1'. Find the values of R_2 and C_2 when the effective power at R_2 is maximized.

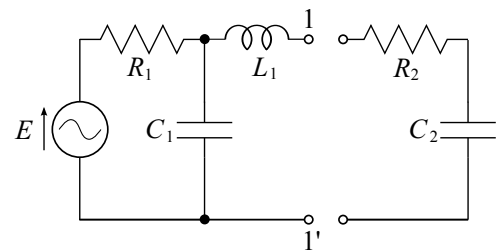


Fig. 3

【Q4】 Consider the circuit shown in Fig. 4.

- (1) At $t = 0$, switch S_1 is closed while switch S_2 is left open. Find $i(t)$ for $t > 0$ under the assumption of $i(0) = 0$.
- (2) After switch S_1 is closed at $t = 0$ while switch S_2 is left open, switch S_2 is closed at $t = t_1$ while switch S_1 is left closed. Find R_3 when the circuit reaches steady state just after the switch S_2 is closed.

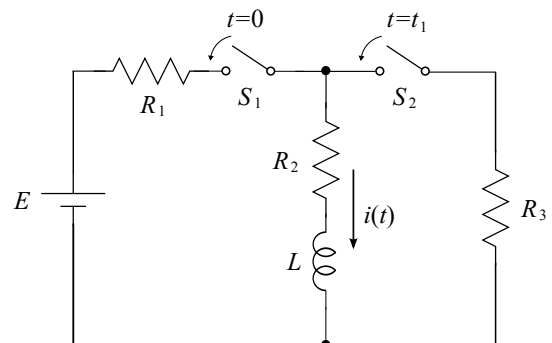


Fig. 4

専門科目 (Special subjects)

(25枚中の6)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

2. 【情報理論 (Information theory) 分野】

次の各問（【問1】【問2】）に答えよ。

【問1】 次の表で規定される無記憶定常情報源 S を考える。ただし $0 \leq p \leq 1/2$ とする。

情報源記号	発生確率
A	p
B	p
C	$1 - 2p$

- (1) $p = 0$ のときについて、情報源 S の最小平均符号長を求めよ。
- (2) $p = 1/4$ のときについて、情報源 S の2進ハフマン符号を求めよ。
- (3) 情報源 S を2進ハフマン符号化したときの平均符号長を $L(p)$ とする。関数 $L(p)$ のグラフ ($0 \leq p \leq 1/2$) を図示せよ。
- (4) 上記2進ハフマン符号を用いた場合の、平均符号長の最大値とその時の p の値を求めよ。
- (5) 情報源 S のエントロピー $H(S)$ を求めよ。
- (6) $H(S)$ を最大にする p の値を求めよ。

専門科目 (Special subjects)

(25枚中の7)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【問2】 図1の2元消失通信路 ($0 \leq p \leq 1$) に対し、表1の通信路符号を定義する。ここで $\{a, b, c, d\}$ はメッセージ集合である。

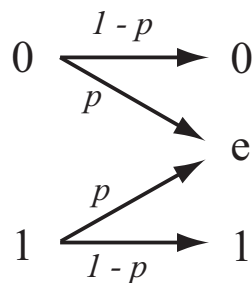


図1

表1

メッセージ	符号語
a	000
b	011
c	101
d	110

- (1) 表1の通信路符号の情報伝送速度を求めよ。
- (2) 受信語が“e10”であったとする。どのメッセージが送信されたかを、理由と共に答えよ。
- (3) 消失したシンボルが1つならば、その消失したシンボルは必ず復元できる。その理由を答えよ。
- (4) 各メッセージに対応する符号語がそれぞれ確率 $1/4$ で送られるものとする。復号誤り確率の最小値を求めよ。

専門科目 (Special subjects)

(25枚中の8)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

Answer the following questions (【Q1】【Q2】).

【Q1】 Consider a memoryless information source S specified by the following table, where $0 \leq p \leq 1/2$:

source symbol	probability
A	p
B	p
C	$1 - 2p$

- (1) Find the minimum average code length of S when $p = 0$.
- (2) Find a binary Huffman code for S when $p = 1/4$.
- (3) Draw a graph of the function $L(p)$ for $0 \leq p \leq 1/2$, where $L(p)$ is the average code length of the binary Huffman code for S .
- (4) Find the maximum average code length of the above binary Huffman code, and the value of p that gives the maximum.
- (5) Find the entropy $H(S)$ of the information source S .
- (6) Find the value of p which maximizes $H(S)$.

専門科目 (Special subjects)

(25枚中の9)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【Q2】 Consider a binary erasure channel ($0 \leq p \leq 1$), illustrated in Fig. 1. Define a channel code for the channel with a set of messages $\{a, b, c, d\}$, as defined in Table 1.

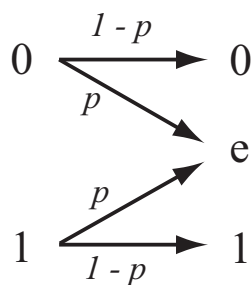


Table 1

message	code word
a	000
b	011
c	101
d	110

Fig. 1

- (1) Find the information transmission rate of the channel code shown in Table 1.
- (2) Suppose that the received word is "e10". Explain, with a reason, which message was sent.
- (3) If the number of erased symbols is one, we can always recover the erased symbol. Explain the reason why we can do so.
- (4) Suppose each code word is transmitted with probability $1/4$. Find the minimum value of decoding error probability.

専門科目 (Special subjects)
(25枚中の10)

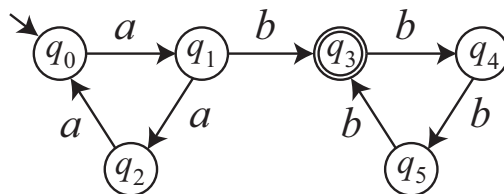
6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

3. 【オートマトンと言語 (Automata and formal languages) 分野】

次の各問 (【問1】【問2】) に答えよ。

【問1】 アルファベットを $\Sigma = \{a, b\}$ とする。次の各問に答えよ。

- (1) 以下の状態遷移図を持つ非決定性有限オートマトン M が受理する長さ10以下の文字列をすべて列挙せよ。



- (2) 非決定性有限オートマトン M が受理する言語 L_1 を与えよ。
(3) 言語 L_1 を受理する決定性有限オートマトンの状態遷移図を与えよ。
(4) 言語 $L_2 = \{a^n b^m \mid (n + m) \bmod 3 = 1, n \geq 1, m \geq 1\}$ に含まれる長さ5以下の文字列をすべて列挙せよ。ただし、正の整数 x, y に対し、 $x \bmod y$ は、 x を y で割った際の剰余を表す。
(5) 言語 L_2 は有限オートマトンで受理されるか。受理されるならば、これを受理する有限オートマトンの状態遷移図を与え、そうでなければ受理されないことを証明せよ。

【問2】 文脈自由文法 $G = (N, \Sigma, P, S)$ に対し、次の各問に答えよ。ただし N, Σ, P, S はそれぞれ非終端記号の集合、終端記号の集合、生成規則の集合、開始記号とし、 $N = \{S, A, B\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $P = \{S \rightarrow aAa \mid bAb, A \rightarrow aAa \mid bAb \mid B, B \rightarrow aB \mid bB \mid \varepsilon\}$ とする。ただし、 ε は空文字列を表す。

- (1) G における語 $baabab$ の導出過程を与えよ。
(2) G が生成する言語 $L(G)$ を与えよ。
(3) 言語 $L(G) \cap \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a = 2n + 1, n \geq 1\}$ を生成する文脈自由文法を与えよ。ただし、 $|w|_a$ は w 中の a の個数を表す。

専門科目 (Special subjects)

(25枚中の11)

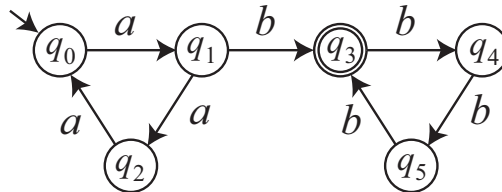
6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

Answer the following questions (【Q1】【Q2】).

【Q1】 Let $\Sigma = \{a, b\}$ be the alphabet. Answer the following questions.

- (1) Give all strings of length equal to or shorter than 10 that are accepted by the non-deterministic finite state automaton M with the following state transition diagram.



- (2) Give the language L_1 that is accepted by the non-deterministic finite state automaton M .
- (3) Give a state transition diagram of a deterministic finite state automaton which accepts the language L_1 .
- (4) Give all strings of length at most 5 that belong to the language $L_2 = \{a^n b^m \mid (n + m) \bmod 3 = 1, n \geq 1, m \geq 1\}$. For positive integers x and y , $x \bmod y$ represents the remainder when x is divided by y .
- (5) Is the language L_2 accepted by a finite state automaton? If it is accepted, give a state transition diagram of a finite state automaton which accepts it. Otherwise, prove that it is not accepted.

【Q2】 Answer the following questions for a context free grammar $G = (N, \Sigma, P, S)$, where N , Σ , P , S represent the set of non-terminal symbols, the set of terminal symbols, the set of production rules, and the start symbol, respectively. Let $N = \{S, A, B\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, and $P = \{S \rightarrow aAa \mid bAb, A \rightarrow aAa \mid bAb \mid B, B \rightarrow aB \mid bB \mid \varepsilon\}$, where ε represents the empty string.

- (1) Give a derivation of string $baabab$ in G .
- (2) Give the language $L(G)$ that is generated by G .
- (3) Give a context free grammar which generates the language $L(G) \cap \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a = 2n + 1, n \geq 1\}$, where $|w|_a$ represents the number of occurrences of a in w .

専門科目 (Special subjects)

(25枚中の12)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

4. 【電磁気学 (Electromagnetism) 分野】

【問1】～【問3】から2問を選び、解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入せよ。

【問1】以下の問いに答えよ。

- (1) 図1(a)のように真空中に置かれた無限に広い導体前面の点 $(x_0, 0, 0)$ に点電荷 q が置かれている。真空中の電位分布、点電荷に働く力、導体表面の電荷分布を求めよ。
- (2) 図1(b)のように真空中に置かれた無限に広い導体前面の点 $(x_0, y_0, 0)$ に点電荷 q が置かれている。真空中の電位分布と導体表面の全電荷を求めよ。

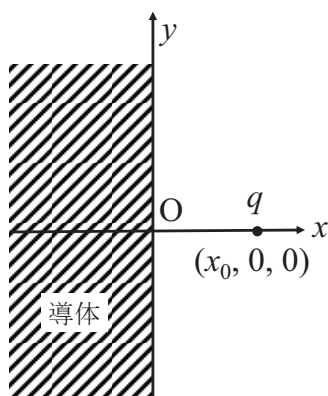


図1(a)

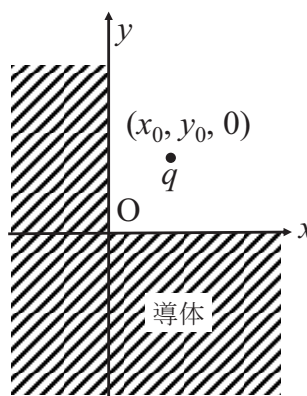


図1(b)

【問2】図2のように、半径 a の導体球の表面が半径 b の領域まで誘電体で一様に覆われている。誘電体の誘電率は ϵ である。導体球は電荷 Q に帯電しており、誘電体中には電荷密度 $-\rho$ で電荷が一様に分布している。誘電体外の誘電率は ϵ_0 とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 電界の大きさを球導体中心からの距離 r の関数として表せ。
- (2) 誘電体外 ($b < r$) の電界がゼロであるとき、電荷量 Q と電荷密度 ρ の関係を求めよ。また、このときの、この系の静電エネルギーを求めよ。
- (3) 導体の電荷量をゼロとした時、誘電体外表面の分極電荷密度の大きさを求めよ。

専門科目 (Special subjects)

(25枚中の13)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

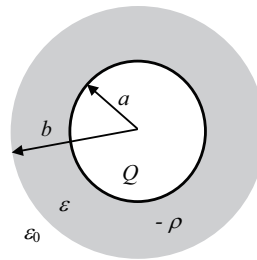


図2

【問3】 図3に示すように形状の等しい二つの磁性体を用いた平均半径 a 、断面積 S のドーナツ状コアに巻数 N_1 と N_2 の導線が巻かれ、コイル1と2を形成している。ただし、左右のコア（コア1、2）の透磁率を μ_1, μ_2 とする。また、 $a \gg S^{1/2}$ とし漏れ磁束は無いとする。コイル1に時間的に変化する電流 $I_1(t)$ を流した時、以下の問いに答えよ。

- (1) コイル2の端子P-Q間を解放した。コア1とコア2内の磁界の強さ H と磁束密度 B を求めよ。
- (2) コイル1とコイル2の間の相互インダクタンス M を求めよ。
- (3) コイル2の自己インダクタンス L_2 を求めよ。
- (4) コイル2の端子P-Q間に抵抗 R を接続した。この時、コイル2に流れる電流 I_2 に対する回路方程式を M と L_2 を用いて表せ。
- (5) コイル2の端子P, Qを短絡した ($R = 0$) 時、コイル2に流れる電流 I_2 を求めよ。また、この時にコイル2に鎖交する磁束 Φ を求めよ。

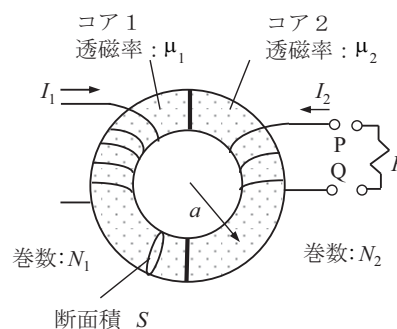


図3

専門科目 (Special subjects)

(25枚中の14)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

Select two out of the three questions 【Q1】 ~ 【Q3】 and write the number of the selected question on the answer sheet.

【Q1】 Answer the following questions.

- (1) In vacuum, a point charge q is set at a position of $(x_0, 0, 0)$ in front of the conductor as shown in Fig. 1(a). Give electric potential in vacuum, force exerted on the point charge, and charge distribution on the conductor surface.
- (2) In vacuum, a point charge q is set at a position of $(x_0, y_0, 0)$ in front of the conductor as shown in Fig. 1(b). Give electric potential in vacuum and total charge on the conductor surface.

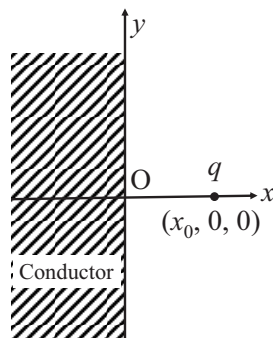


Fig. 1(a)

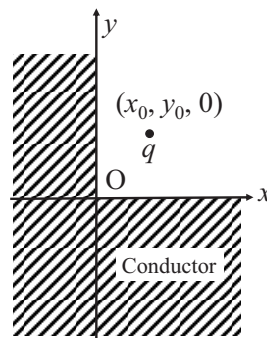


Fig. 1(b)

【Q2】 A spherical conductor with a radius of a is covered by a dielectrics whose outer radius is b , as shown in Fig. 2. The permittivity of the dielectrics is ϵ . The spherical conductor is charged with a charge of Q , and charges are uniformly distributed within the dielectrics with a charge density of $-\rho$. The permittivity outside the dielectrics is ϵ_0 . Answer the following questions.

- (1) Give the electric field strength as a function of the radius r from the center of the conductor.
- (2) When the electric field strength outside the dielectrics ($r > b$) is zero, give the relationship between Q and ρ . Give the electrostatic energy of this system under this condition.
- (3) When the charge Q on the conductor is zero, give the surface density of the polarization charge at the outer surface of the dielectrics.

専門科目 (Special subjects)

(25枚中の15)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

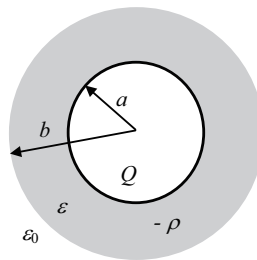


Fig. 2

【Q3】 As shown in Fig. 3, there is a toroidal core made of two magnetic materials. Half of the toroidal core (core 1) has a permeability μ_1 , while the other half of the core (core 2) has a permeability μ_2 . The mean diameter and cross sectional area of the core are a and S , respectively. Two coils with number of turns N_1 and N_2 are wound. We assume that $a \gg S^{\frac{1}{2}}$ and that there is no leakage flux from the cores. A time varying current $I_1(t)$ is supplied to the coil 1. Answer the following questions.

- (1) Give the magnetic field strength H and the magnetic flux density B in two cores when the terminal P and Q of the coil 2 is opened.
- (2) Give the mutual inductance M between the coil 1 and coil 2.
- (3) Give the self inductance L_2 of the coil 2.
- (4) A resistor R is connected between the terminal P and Q of the coil 2. Give the circuit equation for the current I_2 flowing in the coil 2 by using M and L_2 .
- (5) Give the current I_2 when $R = 0$. Give also the magnetic flux Φ interlinking the coil 2 in this case.

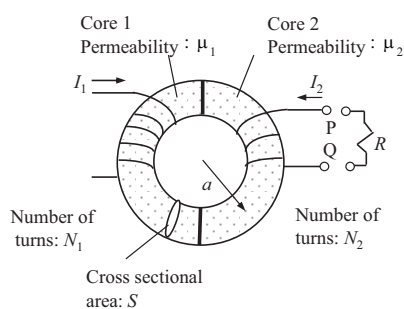


Fig. 3

専門科目 (Special subjects)

(25枚中の16)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

5. 【アルゴリズム／プログラミング (Algorithms and programming) 分野】

次の各問（【問1】【問2】）に答えよ。

【問1】 以下のように、ヒープを用いて、優先度に基づくプライオリティキューを構成する。ジョブには優先度を示す正の整数値が付属し、値が大きい方が優先度が大きい。初期状態ではヒープは空である。ヒープは二分木であり、以下のヒープ条件を満足する：任意のノードにおいて、親ノードのプライオリティは子ノードより大きい。新しくジョブが到着すると、到着したジョブをヒープの最後に加え、ヒープ条件が満たされるようにする。ジョブが処理される場合には、ルートにある最も優先度の高いジョブを取り除き、ヒープの最後の要素をルートにおいて、ヒープ条件が満たされるようにする。

- (1) 9, 4, 3, 8, 5, 11 なる優先度を持つジョブが、この順に到着した際に構成されるヒープを記述せよ。
- (2) 上で求めたヒープから、優先度の高い二つのジョブが処理された後のヒープを記述せよ。
- (3) すでに n 個のジョブからなるヒープが構成されている場合、ヒープに含まれているジョブを、プライオリティが大きい順にソートして表示する $O(n)$ のアルゴリズムは実現不可能であることを示せ。プライオリティに関しては大小関係の比較のみが可能であることを仮定する。

専門科目 (Special subjects)

(25枚中の17)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【問2】 配列 "A" の中で、入力値 "key" の場所を見つける二分探索プログラムを以下に示す。

```
int binary_search(int A[], int key, int imin, int imax)
{
    // continue searching while [imin,imax] is not empty
    while (imax >= imin)
    {
        /* calculate the midpoint for roughly equal partition */
        int imid = midpoint(imin, imax);

        // determine which subarray to search
        if (A[imid] < key)
            // change min index to search upper subarray
            imin = imid + 1;
        else if (A[imid] > key)
            // change max index to search lower subarray
            imax = imid - 1;
        else
            // key found at index imid
            return imid;
    }
    // key not found
    return KEY_NOT_FOUND;
}
```

[出典：WIKIPEDIA]

以下の問に答えよ。

- (1) この二分探索プログラムについて、その入力パラメタに関して成立すべき前提条件（事前条件）を次の二通りで記述せよ。
 - 1-1) その前提条件を日本語で書け。
 - 1-2) その前提条件を論理式で書け。
- (2) while 文の条件判定の直前で、変数や入力パラメタとの間に成立つ条件（ループ不変式）を次の二通りで記述せよ。
 - 2-1) その条件を日本語で書け。
 - 2-2) その条件を論理式で書け。
- (3) このプログラムの実行結果が満足すべき条件（事後条件）、すなわち、出力結果と入力パラメタとの間に成立つ条件を日本語で記述せよ。

専門科目 (Special subjects)

(25枚中の18)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

Answer the following questions (**【Q1】【Q2】**).

【Q1】 Let us assume a priority queue is created using a heap as follows. For each job, a positive integer, which represents the priority value of the job, is attached. The job that has a larger priority value has a higher priority. A heap is a binary tree that satisfies the following condition (called *heap condition*): each parent node has a larger priority than its child. Initially, the heap is empty. When a new job is added to the heap, we first place the job at the end of the heap. Then, we execute a procedure called *heapify*, which modifies the tree structure so that the heap condition is satisfied. When a job is processed, the job that has the highest priority (which is always placed at the root node) is removed. Then, the node at the end of the heap is moved to the root. Next, we execute *heapify* so that the tree satisfies the heap condition.

- (1) Assume the following jobs arrive in this order (here, we represent a job by its priority value): 9, 4, 3, 8, 5, 11. Describe the heap constructed after these jobs arrived.
- (2) Describe the heap, which is obtained by processing two jobs from the above heap.
- (3) Describe the reason that we cannot construct an $O(n)$ algorithm that sorts n elements that are stored in the heap in the decreasing order of their priority values. Here, we assume the only operation that may be used to determine order information is comparison of pairs of elements.

専門科目 (Special subjects)

(25枚中の19)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【Q2】 The following is a binary search program which finds the position of a special input value "key" within an array "A."

```
int binary_search(int A[], int key, int imin, int imax)
{
    // continue searching while [imin,imax] is not empty
    while (imax >= imin)
    {
        /* calculate the midpoint for roughly equal partition */
        int imid = midpoint(imin, imax);

        // determine which subarray to search
        if (A[imid] < key)
            // change min index to search upper subarray
            imin = imid + 1;
        else if (A[imid] > key)
            // change max index to search lower subarray
            imax = imid - 1;
        else
            // key found at index imid
            return imid;
    }
    // key not found
    return KEY_NOT_FOUND;
}
```

[Quoted from WIKIPEDIA]

Answer the following questions.

- (1) Describe a precondition on the input parameters for this binary search program in the following two ways.
 - 1-1) Write the precondition in English.
 - 1-2) Write the precondition as a logical expression.
- (2) Describe a loop-invariant which holds just before the loop condition of the while statement in the following two ways.
 - 2-1) Write the loop-invariant in English.
 - 2-2) Write the loop-invariant as a logical expression.
- (3) Describe an assertion for the result of this program (postcondition) in English which is required to hold on the return value and the input parameters.

専門科目 (Special subjects)

(25枚中の20)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
 Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

6. 【計算機アーキテクチャ(Computer architecture) 分野】

次の各問 (【問1】～【問3】) に答えよ。

【問1】 以下の真理値表で与えられた論理関数 f の最簡積和表現を求めよ。表中の*はドントケアを表す。ただし、最簡積和表現とは、その関数を表す積和表現のうち、積項数最小(積項数が同数のものが複数ある場合にはその中でリテラル数最小)のもののことである。

論理関数 f の真理値表

a	b	c	d	f	a	b	c	d	f
0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
0	0	0	1	0	1	0	0	1	*
0	0	1	0	*	1	0	1	0	*
0	0	1	1	1	1	0	1	1	*
0	1	0	0	*	1	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1	1	0	1	1
0	1	1	0	*	1	1	1	0	*
0	1	1	1	1	1	1	1	1	0

【問2】 あるプロセッサにおいて、以下の4種類の命令タイプを実装することを考える。各命令タイプの命令実行の各ステップにおける所要時間は下表の通りとする。

命令タイプ	ステップ				
	命令フェッチ	レジスタ 読出し	ALU 演算	データメモリ アクセス	レジスタ 書込み
ロード命令	Y ps	X ps	600 ps	Y ps	X ps
ストア命令	Y ps	X ps	600 ps	Y ps	
演算命令	Y ps	X ps	700 ps		X ps
分岐命令	Y ps	X ps	800 ps		

(a) このプロセッサの構成方式としてシングルサイクル・データパス方式 (1命令の実行を1クロックサイクルで実行する方式) を採用した場合のクロックサイクル時間は3.6nsになった。また、命令パイプライン処理方式 (上記の各ステップを1パイプラインステージとし、1ステージを1クロックサイクルで実行する方式) を採用した場合のクロックサイクル時間は1.0nsになった。レジスタアクセスよりもメモリアクセスの方がアクセス時間が長いと仮定して、上記のXとYを求めよ。

専門科目 (Special subjects)

(25枚中の21)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

(b) シングルサイクル・データパス方式および命令パイプライン処理方式を採った場合の各命令タイプの実行所要時間（単位は ns）および実行所要クロックサイクル数を求めよ。

(c) 上記2種類の異なるプロセッサ構成方式を採用したプロセッサにおいて以下のプログラムを実行した際のプログラム実行時間（単位は ns）を求めよ。なお、命令パイプライン処理においてデータハザードを考慮する必要はない。

```
lw $2, 20($1) (R2 ← Memory [R1+20])
and $12, $2, $5 (R12 ← R2 ∧ R5)
or $13, $6, $2 (R13 ← R6 ∨ R2)
add $14, $2, $2 (R14 ← R2 + R2)
sw $15, 100($13) (R15 → Memory [R13+100])
```

(d) 上記(c)のプログラムには4つのフロー依存関係が存在する。どの命令がどの命令にどのレジスタ（データ）に関して依存しているかをすべて列挙せよ。

(e) 上記(d)のフロー依存関係のうち、上記(a)の命令パイプライン処理で実行した際に実際にデータハザードを生じさせるものを示せ。

(f) 上記(e)のデータハザードをパイプラインストールによって対処した場合の上記(c)のプログラムの実行時間（単位は ns）を求めよ。

専門科目 (Special subjects)

(25枚中の22)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【問3】 コンピュータのメモリシステムについて、以下の各問いに答えよ。

- (a) マイクロプロセッサに搭載されたダイレクトマップ・キャッシュについて考える。ワードサイズは4バイト、キャッシュ・サイズは16バイト、ブロックサイズは4バイト、アドレス長は4ビットであり、キャッシュの初期状態は空とする。以下に示すワードアドレス(2進表現)に対してメモリアクセスが順次発生した場合のキャッシュヒット率を求めよ。

0111 \Rightarrow 1010 \Rightarrow 0010 \Rightarrow 1010 \Rightarrow 0111 \Rightarrow 0100 \Rightarrow 0100 \Rightarrow 1010 \Rightarrow 0100 \Rightarrow 0010

- (b) 「メモリ参照の時間局所性」とは何か説明せよ。

専門科目 (Special subjects)

(25枚中の23)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

Answer the following questions (【Q1】 ~ 【Q3】).

【Q1】 Show the minimum sum-of-products expression for logic function f that is given in the following truth table. ‘*’ in the table stands for “don’t care”. Sum-of-products expression is called minimum when the number of product terms is minimum among all the expressions representing the same logic function. If there are more than one expressions having the same number of product terms, an expression with minimum number of literals becomes the minimum sum-of-products expression.

Truth table for f

a	b	c	d	f	a	b	c	d	f
0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
0	0	0	1	0	1	0	0	1	*
0	0	1	0	*	1	0	1	0	*
0	0	1	1	1	1	0	1	1	*
0	1	0	0	*	1	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1	1	0	1	1
0	1	1	0	*	1	1	1	0	*
0	1	1	1	1	1	1	1	1	0

【Q2】 Let us consider that we implement the following four types of instructions for a processor. Assume that each step of the instruction execution requires the following time.

Instruction Types	Steps				
	Instruction fetch	Register read	ALU operation	Data memory access	Register write
Load	Y ps	X ps	600 ps	Y ps	X ps
Store	Y ps	X ps	600 ps	Y ps	
ALU	Y ps	X ps	700 ps		X ps
Branch	Y ps	X ps	800 ps		

(a) If the single-cycle datapath implementation, where each instruction is executed in a single clock cycle, is used for implementing the processor above, the clock-cycle time is 3.6ns. On the other hand, if the pipelined datapath implementation, where each step of the instruction execution corresponds to a pipeline stage and each stage is

専門科目 (Special subjects)

(25枚中の24)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

performed in a single clock cycle and in a pipelining fashion, is used for implementing the processor, the clock-cycle time is 1.0ns. Compute X and Y, assuming that the memory access time is longer than the register access time.

- (b) For the single-cycle datapath and pipelined datapath implementations, compute the execution time for each instruction type (unit: ns) and the number of clock cycles required for each instruction type.
- (c) For the two processor implementations above, compute the program execution time (unit: ns) for the following program. Ignore any data hazards which could occur in the pipelined datapath.

```
lw $2, 20($1) (R2 ← Memory[R1+20])
and $12, $2, $5 (R12 ← R2 ∧ R5)
or $13, $6, $2 (R13 ← R6 ∨ R2)
add $14, $2, $2 (R14 ← R2 + R2)
sw $15, 100($13) (R15 → Memory[R13+100])
```

- (d) There are four data dependences in the program above. Identify all these data dependences by describing which instruction depends on which instruction through which register.
- (e) Show which data dependences actually cause data hazards in the pipelined datapath.
- (f) Compute the actual program execution time (unit: ns) when all the data hazards above are resolved by means of pipeline stall.

専門科目 (Special subjects)

(25枚中の25)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【Q3】 Answer the following questions relating to computer memory systems.

- (a) Consider a direct-mapped cache memory implemented in a microprocessor chip. Assume that the word size is 4 bytes, the cache size is 16 bytes, the block size is 4 bytes, and the address width is 4 bits. Suppose the cache is initially empty, and we have the following word address sequence of memory references (represented in the binary numeral system). Find the cache hit rate.

0111 \Rightarrow 1010 \Rightarrow 0010 \Rightarrow 1010 \Rightarrow 0111 \Rightarrow 0100 \Rightarrow 0100 \Rightarrow 1010 \Rightarrow 0100 \Rightarrow 0010

- (b) Explain what “temporal locality of memory reference” is.